

1°) PROGRAMME DU CYCLE 4

Mathématiques

Le programme de mathématiques est structuré selon cinq thèmes : nombres et calculs ; organisation et gestion de données, fonctions ; grandeurs et mesures ; espace et géométrie ; algorithmique et programmation qui entre dans le cadre d'un enseignement de l'informatique dispensé conjointement en mathématiques et en technologie.

Une place importante doit être accordée à la **résolution de problèmes**. Mais pour être en capacité de résoudre des problèmes, il faut à la fois prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer en procédant par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes, en identifiant une configuration géométrique ou la forme d'un nombre ou d'une expression algébrique adaptée. Ceci suppose de disposer **d'automatismes** (corpus de connaissances et de procédures automatisées immédiatement disponibles en mémoire). À la fin de l'explicitation des attendus de fin de cycle de chacun des quatre premiers thèmes du programme figure une liste de ces automatismes à développer par les élèves. L'acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi), ayant pour double objectif la stabilisation et la pérennisation des connaissances, des procédures et des stratégies.

La formation au **raisonnement** et l'initiation à la **démonstration** sont des objectifs essentiels du cycle 4. Le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d'un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances).

Le programme du cycle 4 permet d'initier l'élève à différents types de raisonnement, le raisonnement déductif, mais aussi le raisonnement par disjonction de cas ou par l'absurde. La démonstration, forme d'argumentation propre aux mathématiques, vient compléter celles développées dans d'autres disciplines et contribue fortement à la formation de la personne et du citoyen (domaine 3 du socle). L'apprentissage de la démonstration doit se faire de manière progressive, à travers la pratique (individuelle, collective, ou par groupes), mais aussi par l'exemple. C'est pourquoi il est important que le cours de mathématiques ne se limite pas à l'application de recettes et de règles, mais permette de mettre en place quelques démonstrations accessibles aux élèves. De nombreux résultats figurant dans ce programme peuvent être démontrés en classe, selon des modalités variées : certaines démonstrations peuvent être élaborées et mises au point par les élèves eux-mêmes (de manière individuelle ou collective), sous la conduite plus ou moins forte du professeur ; d'autres, inaccessibles à la recherche des élèves, tireront leur profit des explications et des commentaires apportés par le professeur. Certaines démonstrations possibles (aussi bien sur les nombres et le calcul qu'en géométrie) sont identifiées dans le programme. Les enseignants ont la liberté de choisir ceux des résultats qu'ils souhaitent démontrer ou faire démontrer, en fonction du niveau et des besoins de leurs élèves. Enfin, il vaut mieux déclarer « admise » une propriété non démontrée dans le cours (qui pourra d'ailleurs l'être ultérieurement), plutôt que de la présenter comme une « règle ». Une propriété admise gagne à être explicitée, commentée, illustrée.

En complément, dans le cadre du travail personnel soumis aux élèves, beaucoup d'exercices et de problèmes peuvent servir de support à la démonstration. De manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration, il est important de ménager une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve et de ne pas avoir trop d'exigences concernant le formalisme.

L'apprentissage des mathématiques est facilité si la présentation des notions est faite sous **différents angles**, correspondant parfois à des niveaux de généralité et d'abstraction différents. À titre d'exemples, les nombres négatifs peuvent être reliés à des contextes familiers des élèves (températures, gains et pertes, altitudes et profondeurs), puis être représentés sur la droite graduée avant d'être interprétés comme de nouveaux nombres rendant possibles toutes les soustractions. Les égalités à trous $a + \dots = b$ et $a \times \dots = b$ facilitent la compréhension de la différence et du quotient de deux nombres, tout comme les programmes de calcul constituent le versant procédural des expressions algébriques. La diversité des registres de représentation (symbolique, graphique, numérique) et le passage des uns aux autres sont particulièrement efficaces pour l'apprentissage de la notion de fonction. Mais la compréhension des mathématiques ne se limite pas à celle de chacune des notions qui les constituent. Elle doit être globale. Cela s'opère à la fois par la mise en liens des notions nouvelles avec les notions antérieurement étudiées et la mise en relief de points communs entre des notions apparemment éloignées, voire étrangères les unes aux autres. Le programme mentionne un certain nombre de ces **liens**.

Pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la **manipulation**, puis celle de la **verbalisation** (mise en mots) ou de la **représentation** (mise en images). De nombreux objets réels (carreaux de mosaïque, morceaux de ficelle, balances et autres instruments de mesure, solides, etc.) permettent d'approcher certaines notions abstraites (numération, fractions, équations, aires et volumes, etc.) de manière tactile, sensorielle. Il ne faut pas se priver d'y recourir lorsque cela s'avère nécessaire, même au collège.

La mise en mots (par oral ou par écrit) dans le langage courant, véritable moyen de développer sa pensée, aide à la compréhension, à la mémorisation et à la routinisation de connaissances et de procédures. En parallèle et en complément, la constitution d'un répertoire d'images mentales est un autre atout pour la mémorisation.

Une trace de cours claire, explicite et structurée aide l'élève dans l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, de découverte, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, de débats, de mise au point, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les procédures et les stratégies étudiées. Ne se limitant pas à un catalogue de recettes, mais explicitant les objectifs et les liens, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il pourra se tourner autant que de besoin et tout au long du cycle. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mise en mémoire et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique, rédactionnelle) des traces figurant au tableau ou dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de distinguer le statut des énoncés (définition, propriété - admise ou démontrée -, conjecture, démonstration, théorème) et de respecter les enchaînements logiques. Pour être accessible au plus grand nombre, y compris les familles et les accompagnateurs du périscolaire, la mise en mots de certains énoncés mathématiques gagne à être reformulée dans le langage courant.

La mise en œuvre du programme doit permettre de faire acquérir aux élèves des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec le cours, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans la résolution d'exercices et de problèmes riches et variés, à travers des allers-retours entre le sens et la technique, chacun venant éclairer et consolider l'autre. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes ouverts favorisant la prise d'initiatives, débats et mises au point collectives d'une démonstration, production d'écrits

individuels formalisant une démarche ou un raisonnement, etc. L'élève consolide sa compréhension de notions mathématiques au programme comme les ordres de grandeur, la proportionnalité, le calcul littéral, les systèmes de coordonnées, le repérage ou les statistiques en les mobilisant dans des situations issues de la physique, la chimie, les sciences de la vie et de la Terre, la technologie, ou la géographie. L'utilisation d'outils comme le tableur, la calculatrice, un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation permet de gérer des données réelles ou expérimentales, de faire des représentations et des simulations, de programmer des objets techniques et d'inscrire l'activité mathématique dans les domaines 4 et 5 du socle.

Les problématiques liées au développement durable, au changement climatique et à la biodiversité doivent figurer au cœur des préoccupations. Dans ce contexte, les outils de descriptions (ordre de grandeur, échelles, représentation graphique, volume, proportion...) et les applications ou exemples de contextualisation proposés aux élèves permettent de mener une réflexion sur ces problématiques.

Cette contextualisation est propice à l'utilisation d'outils de modélisation et de prévision. À titre d'exemple on peut citer :

- les outils statistiques de calcul (notamment de moyennes de mesures) et de représentations graphiques (diagrammes en barres ou circulaires, histogrammes, etc.) des données climatiques ou énergétiques ;
- les fonctions pour modéliser les évolutions temporelles de grandeurs (température, niveau des océans, consommation électrique, etc.) ;
- les formules littérales pour traduire les relations entre des grandeurs climatiques ou énergétiques (puissance de sortie d'une éolienne, évolution de concentration en gaz carbonique, etc.).

Les situations choisies doivent autant que possible s'appuyer sur des données réelles.

Les mises en lien avec les autres disciplines contribuent à donner du sens et de la cohérence à l'ensemble des apprentissages. La pratique régulière et équilibrée de ces différentes activités en classe et en dehors de la classe permet de développer six compétences spécifiques, qui sont les composantes majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. Elles sont décrites dans le tableau ci-dessous.

Compétences travaillées	Domaines du socle
<p>Chercher</p> <ul style="list-style-type: none"> - Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances. - S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture. - Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. - Décomposer un problème en sous-problèmes. 	2, 4
<p>Modéliser</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître un modèle mathématique (proportionnalité, équiprobabilité) et raisonner dans le cadre de ce modèle pour résoudre un problème. - Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques). 	1, 2, 4

<ul style="list-style-type: none"> - Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique. - Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire). 	
<p>Représenter</p> <ul style="list-style-type: none"> - Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique. - Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres. - Représenter des données sous forme d'une série statistique. - Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau). 	1, 4, 5
<p>Raisonner</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions. - Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. - Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion. - Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation. 	2, 3, 4
<p>Calculer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel). - Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements. - Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.). 	1, 4
<p>Communiquer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française. - Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange. - Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes. 	1, 3

Thème A – Nombres et calculs

Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maîtrise des procédures de calcul, sans objectif de virtuosité technique. Ils manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils utilisent les différentes écritures d'un même nombre (fractionnaire, décimale, notation scientifique). Les puissances sont introduites pour faciliter l'évaluation d'ordres de grandeurs (notamment en relation avec d'autres disciplines) et la simplification de certaines écritures.

Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour modéliser une situation, démontrer une propriété générale et résoudre des problèmes se ramenant à des équations du premier degré. Les élèves sont progressivement familiarisés aux différents statuts de la lettre (indéterminée, variable, inconnue, paramètre) et du signe égal (pour fournir le résultat d'une opération, pour traduire l'égalité de deux représentations d'un même nombre, dans une équation, dans une identité). À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer des nombres irrationnels, par exemple dans l'utilisation du théorème de Pythagore ou la résolution d'équations de la forme $x^2 = a$.

Attendus de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.
- Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers.
- Utiliser le calcul littéral.

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Nombres

Connaissances

- Nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé.
- Fractions, nombres rationnels (positifs et négatifs), notion d'inverse.
- Les carrés parfaits de 1 à 144.
- Définition de la racine carrée.
- Les préfixes de nano à giga.

Compétences associées

- Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée).
- Passer d'une représentation d'un nombre à une autre.

Comparaisons de nombres

Connaissances

- Égalité de fractions (démonstration possible à partir de la définition du quotient).
- Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.

Compétences associées

- Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels en écriture décimale, fractionnaire ou scientifique
- Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.
- Associer à des objets des ordres de grandeur (par exemple taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, longueur de l'intestin, capacité de stockage d'un disque dur, vitesses du son et de la lumière, populations française et mondiale, distance Terre-Lune, distance du Soleil à l'étoile la plus proche, etc.).

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

Connaissances

- Somme, différence, produit, quotient de nombres décimaux, de deux nombres rationnels.
- Puissance d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).

<p>- Notation scientifique.</p> <p>Compétences associées</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer avec des nombres relatifs, des fractions, des nombres décimaux. - Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. - Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique. - Utiliser la racine carrée pour résoudre des problèmes, notamment géométriques. - Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes. <p><i>La mise en acte de produits et de quotients de puissances de même base résulte de l'application de la définition plutôt que de celle d'une formule.</i></p>
<p>Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers</p>
<p>Connaissances</p> <ul style="list-style-type: none"> - Multiples et diviseurs. - Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9. - Division euclidienne (quotient, reste). - Définition d'un nombre premier ; liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30. - Fractions irréductibles. <p>Compétences associées</p> <ul style="list-style-type: none"> - Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier. - Déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100. - Utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10. - Déterminer les diviseurs d'un nombre à la main, à l'aide d'un tableur, d'une calculatrice. - Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main ou à l'aide d'un logiciel). - Simplifier une fraction pour la rendre irréductible. - Modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes, etc.).
<p>Utiliser le calcul littéral</p>
<p>Connaissances</p> <ul style="list-style-type: none"> - Notions d'inconnue, d'équation, d'indéterminée, d'identité. - Propriétés de distributivité (simple et double). - Annulation d'un produit (démonstration possible par disjonction de cas). - Factorisation de $a^2 - b^2$. <p>Compétences associées</p> <ul style="list-style-type: none"> - Développer, factoriser, réduire des expressions algébriques dans des cas très simples. - Utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale (par exemple la distributivité simple), pour démontrer un résultat général (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de trois), pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation. - Mettre un problème en équation en vue de sa résolution. - Résoudre algébriquement des équations du premier degré ou s'y ramenant (équations produits), en particulier des équations du type $x^2 = a$. <p><i>Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.</i></p>
<p>À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :</p> <ul style="list-style-type: none"> - les règles de calcul sur les nombres relatifs et les fractions, notamment la condition d'égalité de deux fractions (si $ad = bc$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et réciproquement) ;

- les conventions d'écritures du calcul littéral ;
- les formules de distributivité simple et double ;
- l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
- les procédures de résolution d'équations du type $ax = b$ et $a + x = b$.

Thème B – Organisation et gestion de données, fonctions

Certaines des notions travaillées dans ce thème ont déjà été abordées aux cycles précédents. Au cycle 4, les élèves sont confrontés à diverses situations de travail sur des données : les utiliser, les représenter, les interpréter de manière critique. Ils abordent les notions d'incertitude et de hasard, afin de ne pas « subir » le hasard, mais de construire une citoyenneté critique et rationnelle. Ils apprennent à choisir une méthode adaptée aux problèmes de proportionnalité auxquels ils sont confrontés.

La notion de ratio vient enrichir le lexique de la proportionnalité pour traduire la proportionnalité de deux suites de nombres. Les élèves découvrent progressivement la notion de fonction, qui permet à la fois de revisiter sous l'aspect fonctionnel des situations déjà connues et d'accéder à de nouvelles catégories de problèmes.

Attendus de fin de cycle

- Interpréter, représenter et traiter des données.
- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.
- Résoudre des problèmes de proportionnalité.
- Comprendre et utiliser la notion de fonction.

Interpréter, représenter et traiter des données

Connaissances

- Effectifs, fréquences.
- Indicateurs de position : moyenne, médiane.
- Indicateur de dispersion : étendue.

Compétences associées

- Recueillir des données, les organiser.
- Lire et interpréter des données sous forme de données brutes, de tableau, de diagramme (diagramme en bâtons, diagramme circulaire, histogramme).
- Utiliser un tableur-grapheur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme.
- Calculer des effectifs, des fréquences.
- Calculer et interpréter des indicateurs de position ou de dispersion d'une série statistique.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

Connaissances

- Vocabulaire des probabilités.
- Notion de probabilité ; la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1.
- Probabilité d'événements certains, impossibles, contraires.

Compétences associées

- Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.
- Calculer des probabilités dans des cas simples (par exemple évaluation des chances de gain dans un jeu).
- Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).
- Faire le lien entre fréquence et probabilité.

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Connaissances

- Coefficient de proportionnalité.
- Taux d'évolution, coefficient multiplicateur.
- Notion de ratio.

On dit, par exemple, que :

- deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$;
- trois nombres a, b, c sont dans le ratio 2 : 3 : 7 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.

Compétences associées

- Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.
- Calculer une quatrième proportionnelle.
- Partager une quantité (par exemple une somme d'argent) en deux ou trois parts selon un ratio donné.
- Utiliser une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité (par exemple la longueur d'un cercle en fonction de son rayon, la loi d'Ohm exprimant la tension en fonction de l'intensité, la distance parcourue en fonction du temps à vitesse constante, etc.).
- Résoudre des problèmes utilisant la proportionnalité (pourcentages, échelles, agrandissement réduction).

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Connaissances

- Vocabulaire : variable, fonction, antécédent, image.
- Différents modes de représentation d'une fonction (expression symbolique, tableau de valeurs, représentation graphique, programme de calcul).
- Notations $f(x)$ et $x \mapsto f(x)$.
- Fonction linéaire, fonction affine.

Compétences associées

- Passer d'un mode de représentation d'une fonction à un autre.
- Déterminer, à partir d'un mode de représentation, l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction.
- Représenter graphiquement une fonction linéaire, une fonction affine.
- Modéliser un phénomène continu par une fonction.
- Modéliser une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire.
- Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions.

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- différentes procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle ;
- l'allure de la représentation graphique d'une fonction affine ou linéaire ;
- les procédures d'application et de calcul d'un pourcentage ou d'une échelle ;
- les procédures de recherche d'image et d'antécédent d'un nombre par une fonction.

Thème C – Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail engagé au cycle 3, ce thème se prête particulièrement à des connexions avec les autres thèmes du programme et offre de nombreux liens avec la physique-chimie, les sciences de la vie et de la Terre, la géographie, l'éducation physique et sportive.

Les élèves doivent disposer de références concrètes (savoir, par exemple, que la circonférence de la Terre est environ 40 000 km) et être capables d'estimer l'ordre de grandeur d'une mesure.

À travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves se construisent et utilisent un premier répertoire de formules. Par ailleurs, ce travail autour des formules s'inscrit dans l'introduction du calcul littéral.

Attendus de fin de cycle

- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées.
- Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques.

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

Connaissances

- Notion de grandeur produit et de grandeur quotient.
- Aire du parallélogramme (obtenue à partir de celle du rectangle par découpage et recollement).
- Volume d'un prisme, d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône, d'une boule.
- Correspondance entre unités de volume et de contenance ($1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$, $1\ 000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$).

Compétences associées

- Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, exprimer les résultats dans les unités adaptées.
- Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.
- Effectuer des conversions d'unités.

Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

Connaissances

- Effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes.

Compétences associées

- Utiliser un rapport de réduction ou d'agrandissement (architecture, maquettes) pour calculer des longueurs, des aires, des volumes.
- Utiliser l'échelle d'une carte.
- Utiliser des transformations pour calculer des grandeurs géométriques.
- Faire le lien entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (agrandissement réduction, triangles semblables, homothéties).

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé et automatisé les formules donnant les longueurs, aires, volumes des figures et solides figurant au programme, ainsi que les procédures de conversion d'unités.

Thème D - Espace et géométrie

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (caractérisation angulaire du parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre de raisonnements et démonstrations. De nouvelles transformations (symétries centrales, translations, rotations, homothéties) font l'objet d'une première approche, basée sur l'observation de leur effet sur des configurations planes, essentiellement à partir de manipulations concrètes (papier calque, papier pointé, quadrillage, etc.) ou virtuelles (logiciel de géométrie dynamique). L'objectif est d'installer des images mentales qui faciliteront ultérieurement l'analyse de figures géométriques ainsi que la définition ponctuelle des transformations étudiées.

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace.
- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer.

Représenter l'espace
<p>Connaissances</p> <ul style="list-style-type: none"> - Abscisse, ordonnée, altitude. - Latitude, longitude. <p>Compétences associées</p> <ul style="list-style-type: none"> - (Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle, sur une sphère. - Reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme, cylindre, pyramide, cône, boule). - Construire et mettre en relation des représentations de ces solides (vues en perspective cavalière, de face, de dessus, sections planes, patrons, etc.). - Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour représenter des solides.
Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer
<p>Connaissances</p> <ul style="list-style-type: none"> - Caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants. - Triangle : <ul style="list-style-type: none"> o somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ; o hauteurs et médiatrices ; o inégalité triangulaire ; o cas d'égalité des triangles ; o triangles semblables (une définition et une propriété caractéristique). - Parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique). - Le théorème de Thalès et sa réciproque (configurations des triangles emboîtés et du papillon). - Le théorème de Pythagore et sa réciproque. - Lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente. <p>Compétences associées</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique. - Faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles. - Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation,

d'une homothétie sur une figure.

- Mobiliser les connaissances des figures, des configurations et des transformations au programme pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

Les définitions ponctuelles d'une rotation, d'une translation, d'une homothétie ne figurent pas au programme.

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

Thème E – Algorithmique et programmation

Au cycle 4, les élèves s'initient à la programmation, en développant dans une démarche de projet quelques programmes simples, sans viser une connaissance experte et exhaustive d'un langage ou d'un logiciel particulier. En créant un programme, ils développent des méthodes de programmation, revisitent les notions de variables et de fonctions sous une forme différente, et s'entraînent au raisonnement.

Exemples d'activités possibles : jeux dans un labyrinthe, jeu de Pong, bataille navale, jeu de nim, tic tac toe, jeu du cadavre exquis.

Attendus de fin de cycle

- Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple.

Écrire, mettre au point, exécuter un programme

Connaissances

- Notions d'algorithme et de programme.
- Notion de variable informatique.
- Déclenchement d'une action par un événement.
- Séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.

Compétences associées

- Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.

Croisements entre enseignements Si les mathématiques sont une science à part entière avec son propre langage et une démarche spécifique de preuve basée, non pas sur la confrontation au réel, mais sur la démonstration, elles sont également intimement liées aux autres disciplines. Elles fournissent en effet des outils de calcul et de représentation et des modèles qui permettent de traiter des situations issues de toutes les autres disciplines enseignées au cycle 4. De ce fait, les mathématiques ont également toute leur place dans les enseignements pratiques interdisciplinaires qui contribuent à faire percevoir aux élèves leur dimension créative, inductive et esthétique et à éprouver le plaisir de les pratiquer.

2°) PARTIE "NOMBRES ET CALCULS" DU PROGRAMME DE LA CLASSE DE SECONDE

Programme

Nombres et calculs

- **Objectifs**

Cette partie prolonge le thème « Nombres et calculs » du cycle 4 avec pour objectifs de :

- approfondir la connaissance des divers types et ensembles de nombres ;
- développer la pratique du calcul numérique ou algébrique ;
- travailler sur les inégalités ;
- résoudre des problèmes modélisés par des équations ou inéquations se ramenant au premier degré.

Les élèves rencontrent les nombres réels comme abscisses des points d'une droite graduée, et plus largement comme nombres permettant de mesurer des grandeurs. Ils les comparent, ils apprennent qu'il existe des nombres irrationnels, les encadrent par des nombres décimaux ou rationnels. Ils comprennent que calculatrices et logiciels font des calculs approchés. En liaison avec un approfondissement de l'étude des multiples et diviseurs, ils consolident la pratique du calcul sur les fractions.

La mise en évidence de la puissance du calcul littéral comme outil de résolution de problème, déjà rencontrée au collège, reste un objectif important. L'élève doit être confronté à des situations, internes ou externes aux mathématiques, dans lesquelles une modélisation est nécessaire, faisant intervenir variables, expressions algébriques, équations ou inéquations. Les situations internes sont l'occasion de réactiver les connaissances du collège, notamment sur les thèmes « Espace et géométrie » et « Grandeurs et mesures » (longueurs, aires, volumes, angles, vitesses).

Il convient d'équilibrer la formation, d'une part en proposant des applications variées et significatives des notions et techniques étudiées, d'autre part, en veillant à l'acquisition des automatismes, par la pratique fréquente de calculs routiniers. On réactivera notamment les

formes décimales exactes de $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ et des fractions $\frac{k}{5}$ pour k dans $\{1,2,3,4\}$, et arrondies

de $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$.

- **Histoire des mathématiques**

La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs, la différence entre « nombres réels » et « nombres de la calculatrice ». Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'au fur et à mesure de l'élaboration, au cours des siècles, de symbolismes efficaces. Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, Euclide, Al-Khwarizmi, Fibonacci, Viète, Fermat, Descartes et mettre en évidence leurs aspects algorithmiques.

- **Manipuler les nombres réels**

Au cycle 4, les élèves ont étudié les inégalités pour comparer des valeurs numériques. La notion d'intervalle, présentée comme ensemble de nombres vérifiant des inégalités, est nouvelle.

La notation de la valeur absolue est introduite pour exprimer la distance entre deux nombres réels et caractériser les intervalles de centre donné. Toute autre utilisation est hors programme.

Contenus

- Ensemble \mathbb{R} des nombres réels, droite numérique.
- Intervalles de \mathbb{R} . Notations $+\infty$ et $-\infty$.
- Notation $|a|$. Distance entre deux nombres réels.
- Représentation de l'intervalle $[a - r, a + r]$ puis caractérisation par la condition $|x - a| \leq r$.
- Ensemble \mathbb{D} des nombres décimaux. Encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près.
- Ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple $\sqrt{2}$ et π .

Capacités attendues

- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.
- Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
- Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
- Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée.

Démonstrations

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exemple d'algorithme

- Déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n} .

Approfondissements possibles

- Développement décimal illimité d'un nombre réel.
- Observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel.

- **Utiliser les notions de multiple, diviseur et de nombre premier**

Contenus

- Notations \mathbb{N} et \mathbb{Z} .
- Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.

Capacités attendues

- Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
- Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

Démonstrations

- Pour une valeur numérique de a , la somme de deux multiples de a est multiple de a .
- Le carré d'un nombre impair est impair.

Exemples d'algorithme

- Déterminer si un entier naturel a est multiple d'un entier naturel b .
- Pour des entiers a et b donnés, déterminer le plus grand multiple de a inférieur ou égal à b .
- Déterminer si un entier naturel est premier.

- **Utiliser le calcul littéral**

Contenus

- Règles de calcul sur les puissances entières relatives, sur les racines carrées. Relation $\sqrt{a^2} = |a|$.
- Identités $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, à savoir utiliser dans les deux sens.
- Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.
- Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.
- Ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation.

Capacités attendues

- Effectuer des calculs numériques ou littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
- Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple $U = RI$, $d = vt$, $S = \pi r^2$, $V = abc$, $V = \pi r^2 h$), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré $ax + by = c$.
- Choisir la forme la plus adaptée (factorisée, développée réduite) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.
- Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif.
- Modéliser un problème par une inéquation.
- Résoudre une inéquation du premier degré.

Démonstrations

- Quels que soient les réels positifs a et b , on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Exemple d'algorithme

- Déterminer la première puissance d'un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.

Approfondissements possibles

- Développement de $(a + b + c)^2$.
- Développement de $(a + b)^3$.
- Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.