# Révisions concernant les bases du calcul algébrique

## (factorisations, développements, systèmes d'équations, inéquations)

D. Pernoux
http://dpernoux.net

# I Rappels concernant les développements et les factorisations

## 1°) Développements

Développer une expression c'est remplacer une expression qui est sous la forme d'un produit de facteurs par une expression qui est sous la forme d'une somme de termes.

Pour développer on utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et par rapport à la soustraction :

$A \times (B + C) = AB + AC$ $\qquad$ $A \times (B - C) = AB - AC$

Exemple : $(2x^2 - 6x)(3x - 5) = 6x^3 - 10x^2 - 18x^2 + 30x = 6x^3 - 28x^2 + 30x$

## 2°) Factorisations

Factoriser une expression c'est remplacer une expression qui est sous la forme d'une somme de termes par une expression qui est sous la forme d'un produit de facteurs.

Pour factoriser une expression on peut

- faire apparaître un facteur commun :

$$AB + AC = A \times \underbrace{(B + C)}_{\text{« on compte les A »}}$$

Exemple :

$$6ab^2 + 3a^2b^2 - 3a^2b^3 = \mathbf{3ab^2} \times 2 + \mathbf{3ab^2} \times a - \mathbf{3ab^2} \times ab = \mathbf{3ab^2} \times \overbrace{(2 + a - ab)}^{\text{« on compte combien il y a de } 3ab^2 \text{ »}}$$

- utiliser des résultats connus (identités remarquables) :

$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$

$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$

$\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$

Exemple :

$$9y^2 - 12y + 4 = (3y)^2 - 2 \times 3y \times 2 + 2^2 = (3y - 2)^2$$

## II Rappels concernant les systèmes de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} -2x + 3y = -21 \\ \text{et} \\ -5x - 4y = -18 \end{cases}$$

**a) Première méthode :** on garde une des deux équations et on remplace l'autre par une combinaison des deux équations faisant disparaître soit x soit y.

On garde par exemple la première équation -2x + 3y = -21 et on cherche à calculer, par exemple y, en faisant disparaître x.

Calcul de y :

$$5 \times L1: \ -10x + 15y = -105$$
$$-2 \times L2: \ 10x + 8y = 36$$

D'où : 23y = - 69 donc y = -3

Calcul de x :

On utilise l'équation qu'on a gardée en remplaçant y par - 3 dans cette équation :

-2x - 9 = -21 soit -2x = -21 + 9 soit -2x = -12 soit x = 6

Le système admet donc une seule solution : $\begin{cases} x = 6 \\ \text{et} \\ y = -3 \end{cases}$

Remarque : il est recommander de vérifier le résultat obtenu en utilisant le système donné dans l'énoncé.

**b) Deuxième méthode :** on exprime soit x en fonction de y soit y en fonction de x en utilisant une des deux équations et on garde l'autre équation.

$$\begin{cases} -2x + 3y = -21 \\ \text{et} \\ -5x - 4y = -18 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{-21+2x}{3} \\ \text{et} \\ -5x - 4y = -18 \end{cases}$$

En « injectant » la formule permettant d'exprimer y en fonction de x (ou x en fonction de y) dans l'équation qu'on a gardée, on obtient une équation permettant de trouver x (ou y) :

$$-5x - 4\frac{-21+2x}{3} = -18$$

soit $-15x + 84 - 8x = -54$

On trouve ensuite la valeur de l'autre inconnue : $y = \dfrac{-21+12}{3} = -3$

Le système admet donc une seule solution : $\begin{cases} x = 6 \\ \text{et} \\ y = -3 \end{cases}$

## III Rappels concernant les inéquations

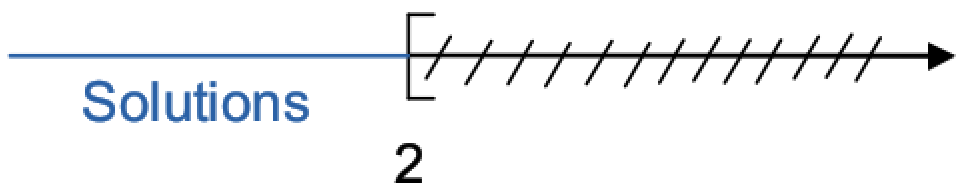
### 1°) Résolution d'une inéquation à une inconnue du premier degré (exemples)

a) **Résolution de** $4x - 5 < 2x - 1$

$$4x - 5 < 2x - 1$$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres inférieurs à 2.

Représentation de l'ensemble des solutions :



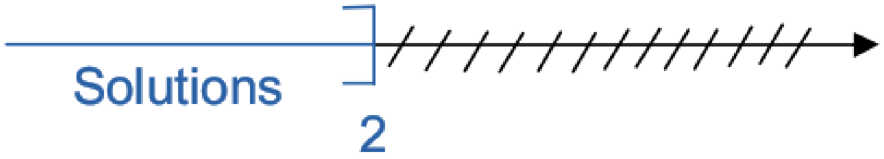

b) **Résolution de** $3x - 5 \geq 6x - 11$

$$3x - 5 \geq 6x - 11 \Leftrightarrow 3x - 6x \geq 5 - 11 \Leftrightarrow -3x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq \frac{-6}{-3} \Leftrightarrow x \leq 2$$

On divise les deux membres de l'inéquation par – 3 et quand on multiplie on divise les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif, il faut changer le sens de l'inéquation.

Les solutions de l'inéquation sont les nombres inférieurs ou égaux à 2.

Représentation de l'ensemble des solutions :




**2°) Représentation graphique des solutions d'un système de deux inéquations à deux inconnues du premier degré**

$$\begin{cases} -2x+2y>2 \\ \text{et} \\ 6x+3y<12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y>2x+2 \\ \text{et} \\ 3y<-6x+12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y>x+1 \\ \text{et} \\ y<-2x+4 \end{cases}$$

Les couples solutions du système $\begin{cases} -2x+2y>2 \\ \text{et} \\ 6x+3y<12 \end{cases}$ sont les couples (x,y) tels que le point M de coordonnées (x,y) soit au dessus de la droite $D_1$ d'équation y = x + 1et en dessous de la droite $D_2$ d'équation y = - 2x +4.

Représentation graphique :

Région du plan dont les points sont des points M de cordonnées (x,y) telles que :

$$\begin{cases} -2x + 2y > 2 \\ \text{et} \\ 6x + 3y < 12 \end{cases}$$