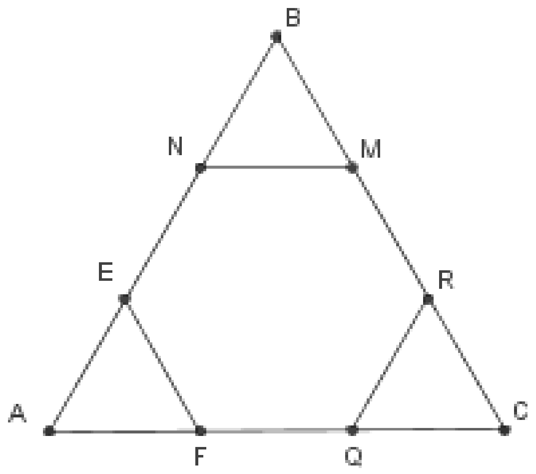
Exercice 1

Dans ce corrigé, toutes les longueurs sont exprimées en prenant comme unité le cm.



• EN = AB - AE - NB = 6 - 2 - 2 = 2

On peut démontrer de façon analogue que MR = 2 et que FQ = 2.

Par ailleurs AFE est un triangle isocèle (car AE = AF) ayant un angle mesurant 60° ($\widehat{EAF} = 60°$ car $\widehat{EAF} = \widehat{BAC}$ et car BAC est un triangle équilatéral). Donc AFE est un triangle équilatéral.

On en déduit que EF = 2.

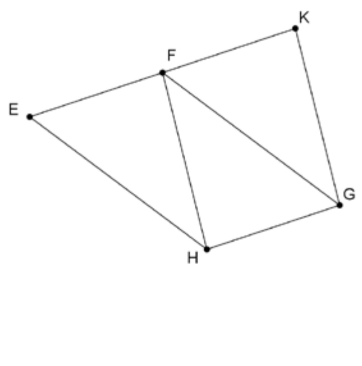
On peut démontrer de façon analogue que QR = 2 et que NM = 2.

Donc FE = EN = NM = MR = RQ = QF

• De plus $\widehat{FEN} = \widehat{AEB} - \widehat{AEF} = 180° - 60° = 120°$ et on pourrait démontrer de même que les cinq autres angles de l'hexagone EFQRMN sont égaux à 120°. On peut donc en déduire que les six angles de l'hexagone sont égaux.

• Conclusion :
Comme EFQRMN est un hexagone ayant ses six côtés de même longueur et ses six angles égaux, on peut en déduire que c'est un hexagone régulier.

Exercice 2

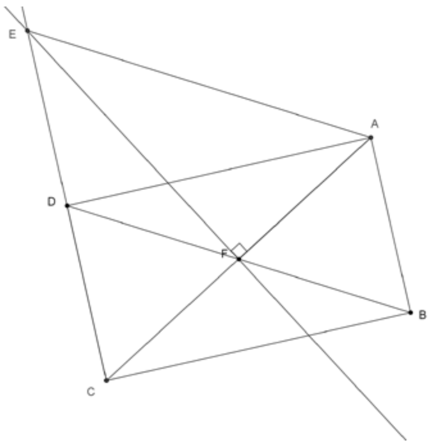


(EF) est parallèle à (GH) car EFGH est un parallélogramme.
(FK) est parallèle à (GH) car FKGH est un parallélogramme.
Les droites (EF) et (FK) qui sont parallèles à une même droite (GH) sont donc parallèles entre elles.
Or ces deux droites ont un point commun F donc ces deux droites sont confondues.
Donc les points E,F et K sont alignés.

EF = HG car EFGH est un parallélogramme.
FK = HG car FKGH est un parallélogramme.
Donc EF=FK.

On sait que E, F et K sont alignés et que EF = FK. On en déduit donc que F est le milieu de [EK].

Exercice 3



1°) Comme C est le symétrique de A par rapport à F et D le symétrique de B par rapport à F, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu donc ABCD est un parallélogramme.

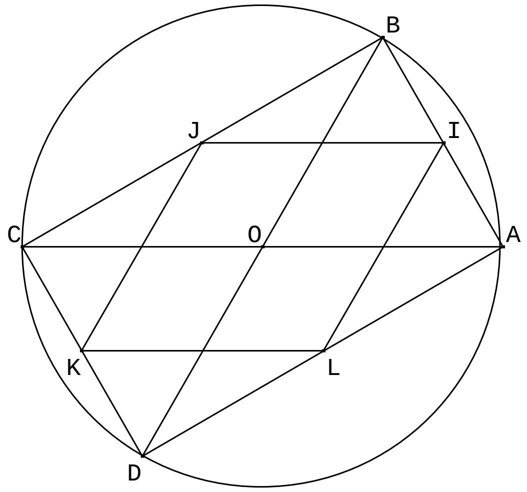
De plus, ABF est un triangle équilatéral donc AF = BF donc AC = BD.

ABCD est un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur donc c'est un rectangle.

2°)
• F est le milieu de [AC] et (FE) est perpendiculaire à (AC) en F donc (FE) est la médiatrice de [AC] donc E est équidistant de A et C donc EC = EA.
On ne déduit que AEC est un triangle isocèle de sommet E.

• De plus $\widehat{AFB} = 60°$ car AFB est un triangle équilatéral.
On en déduit que : $\widehat{CFB} = \widehat{CAB} - \widehat{AFB} = 180° - 60° = 120°$.
Or CFB est un triangle isocèle de sommet F (car FC = FB).
On en déduit que : $\widehat{FCB} = \widehat{FBC} = \dfrac{180° - 120°}{2} = 30°$.
D'où : $\widehat{ECA} = \widehat{ECB} - \widehat{FCB} = 90° - 30° = 60°$
• On sait donc que AEC est un triangle isocèle dont un angle à la base vaut 60°.
C'est donc un triangle équilatéral.

Exercice 4



Rappel : le rayon du cercle R vaut 6 cm

1°) [AC] est un diamètre d'un cercle et D est sur ce cercle donc l'angle $\widehat{ADC}$ est un angle droit.

On peut démontrer de la même manière que les angles $\widehat{DCB}$, $\widehat{CBA}$ et $\widehat{BAD}$ sont des angles droits.

Donc le quadrilatère ABCD est un rectangle.

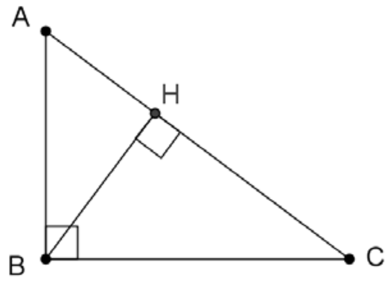
2°) OA = OB donc le triangle ABO est un triangle isocèle donc les angles $\widehat{OBA}$ *et* $\widehat{BAO}$ sont égaux. Comme, par ailleurs, l'angle $\widehat{AOB}$ mesure 60° et comme la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°, on peut en déduire que les angles $\widehat{OBA}$ *et* $\widehat{BAO}$ mesurent chacun 60°. Le triangle ABO, dont les angles sont égaux (car ils mesurent chacun 60°) est donc un triangle équilatéral. **On peut donc en déduire que AB = OA = OB = 6cm.**

3°) L'aire du rectangle ABCD est égale à BC × AB.

On peut calculer BC en utilisant le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle ACB :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108$
donc BC = $\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$ (en cm)

Donc l'aire du quadrilatère ABCD est égale à $6 \times 6\sqrt{3}$ cm² soit $36\sqrt{3}$ cm²
soit environ 62,35 cm².

Exercice 5



• Première manière de calculer l'aire de ABC :

Aire(ABC) = $\frac{AB \times BC}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$ (en cm²)

• Deuxième manière de calculer l'aire de ABC :

On calcule AC en utilisant le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ (en cm²) donc AC = 5 (en cm)
donc Aire(ABC) = $\frac{AC \times BH}{2} = \frac{5 \times BH}{2}$

• Calcul de BH :

$6 = \frac{5 \times BH}{2}$ donc $BH = \frac{12}{5} = 2{,}4$ (en cm)