

Numération















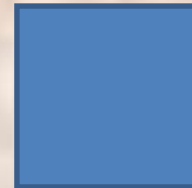
I Rappels concernant les écritures décimales (c'est-à-dire les écritures dans notre système de numération de base dix)

$$\mathbf{69537 = 6 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10 + 7}$$

$$\overline{\mathbf{abcd}} = \mathbf{a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10^1 + d}$$

$$\mathbf{133,456 = 1 \times 10^2 + 3 \times 10 + 3 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}}$$

$$= \mathbf{1 \times 10^2 + 3 \times 10 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{6}{10^3}}$$

II Représentation des nombres dans une autre base que la base dix	"Seizaines"	"Quatraines"	
1°) Premier exemple : système de numération de base quatre			0
			1
			2
			3
Ecriture de quatre en base quatre			10
Ecriture de cinq en base quatre			11
Ecriture de six en base quatre			12
Ecriture de sept en base quatre			13
Ecriture de huit en base quatre			20
Etc.			etc.
Ecriture de quinze en base quatre			33
Ecriture de seize en base quatre			100
Etc			etc

2°) Deuxième exemple : système de numération de base douze

zéro	0
un	1
deux	2
trois	3
quatre	4
cinq	5
six	6
sept	7
huit	8
neuf	9
dix	A
onze	B
douze	1 0
treize	1 1
quatorze	1 2
quinze	1 3
etc.	etc.

3°) Remarques

$$(10)_{\text{base } a} = a \quad (100)_{\text{base } a} = a^2 \quad (1000)_{\text{base } a} = a^3 \quad \text{etc}$$

$$(pqr)_{\text{base } a} = p \times a^2 + q \times a + r$$

On peut introduire des écritures à virgule :

$$(113,213)_{\text{base quatre}} = 1 \times 4^2 + 1 \times 4 + 3 + \frac{2}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{3}{4^3}$$

III Changements de base

1°) Pour passer d'une écriture utilisant une autre base que la base dix à l'écriture décimale (c'est facile) :

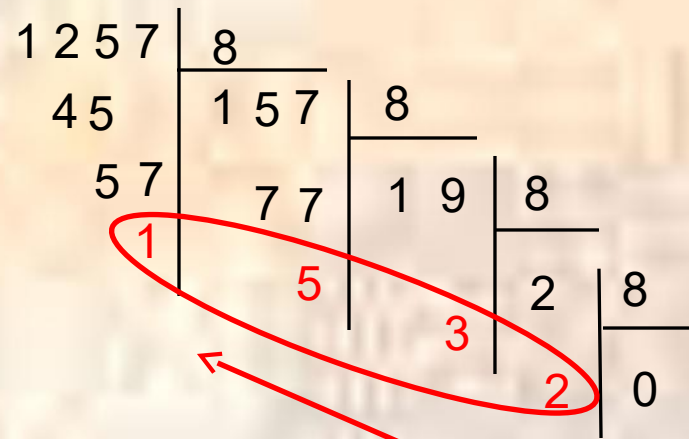
Exemples :

$$(3102)_{\text{base quatre}} = 3 \times 4^3 + 1 \times 4^2 + 2 = 3 \times 64 + 16 + 2 = 210$$

$$(12A)_{\text{base onze}} = 1 \times 11^2 + 2 \times 11 + 10 = 121 + 22 + 10 = 153$$

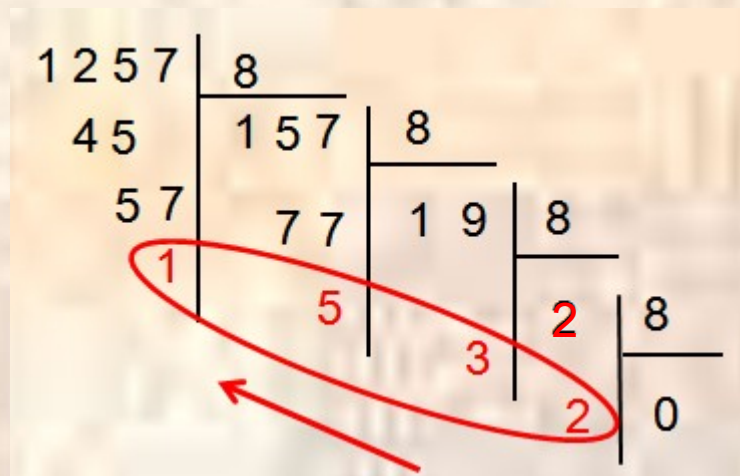
2°) Pour passer d'une écriture décimale à une écriture utilisant une autre base que la base dix (c'est moins facile) :

Exemple : On veut écrire 1257 en base huit



$$1257 = (2351)_{\text{base huit}}$$

Justification :



$$1257 = 157 \times 8 + 1$$

$$157 = 19 \times 8 + 5$$

$$19 = 2 \times 8 + 3$$

$$1257 = 157 \times 8 + 1$$

$$= (19 \times 8 + 5) \times 8 + 1$$

$$= 19 \times 8^2 + 5 \times 8 + 1$$

$$= (2 \times 8 + 3) \times 8^2 + 5 \times 8 + 1$$

$$= 2 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 5 \times 8 + 1$$

$$= (2351)_{\text{base huit}}$$

Remarque : pour une vérification en ligne des résultats d'exercices de changements de base, voir <http://dpernoux.free.fr/Bases.htm>