Proposition de corrigé pour l'examen de mathématiques de l'UE11

EXERCICE 1 (6 fois 0,5 point)

$A = 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 3 \times 2 \times 5 = 30$ $\quad B = \sqrt{12} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{27} = \sqrt{4 \times 3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{9 \times 3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$C = (3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$ $\quad D = (\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2 = 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$

$E = \frac{2}{3} - \frac{12}{21} : \frac{6}{7} = \frac{2}{3} - \frac{12}{21} \times \frac{7}{6} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$ $\quad F = \frac{15 \times 10^{-5} \times 2,5 \times 10^{8}}{5 \times 10^{3}} = \frac{15 \times 2,5 \times 10^{3}}{5 \times 10^{3}} = 3 \times 2,5 = 7,5$

EXERCICE 2

a) (2 points)

$\frac{51}{85} = \frac{3 \times 17}{5 \times 17} = \frac{3}{5}$ fraction irréductible avec un dénominateur du type $2^n \times 5^p$

donc $\frac{51}{85}$ représente un nombre décimal

$\frac{16}{56} = \frac{2}{7}$ fraction irréductible avec un dénominateur qui n'est pas du type $2^n \times 5^p$

donc $\frac{16}{56}$ ne représente pas un nombre décimal

$\frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ fraction irréductible avec un dénominateur qui n'est pas du type $2^n \times 5^p$

donc $\frac{35}{21}$ ne représente pas un nombre décimal

$\frac{17}{128} = \frac{17}{2^7}$ fraction irréductible avec un dénominateur du type $2^n \times 5^p$

donc $\frac{17}{128}$ représente un nombre décimal

$\frac{77}{35} = \frac{11}{5}$ fraction irréductible avec un dénominateur du type $2^n \times 5^p$

donc $\frac{77}{35}$ représente un nombre décimal

$\frac{234}{117} = 2$ donc $\frac{234}{117}$ représente un nombre décimal (car tout entier est un nombre décimal).

b) (1 point)

$a = \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3 \times 7}{5 \times 3 \times 7} = \frac{63}{105}$ $\quad b = \frac{2}{7} = \frac{2 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 5} = \frac{30}{105}$ $\quad c = \frac{5}{3} = \frac{5 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 7} = \frac{175}{105}$

$d = \frac{17}{2^7} = \frac{17}{128}$ (que l'on garde à part dans un premier temps)

$e = \frac{11}{5} = \frac{11 \times 3 \times 7}{5 \times 3 \times 7} = \frac{231}{105}$ $\quad f = 2 = \frac{210}{105}$

On en déduit d'abord que $e > f > c > a > b$.

Ensuite on peut remarquer que $30 > 17$ et que $105 < 128$ donc $\frac{30}{105} > \frac{17}{128}$.

Conclusion : $e > f > c > a > b > d$

EXERCICE 3

1) (1 point)
17 est premier
170 = 10×17 donc 170 n'est pas un nombre premier
177 = 3×59 donc 177 n'est pas un nombre premier

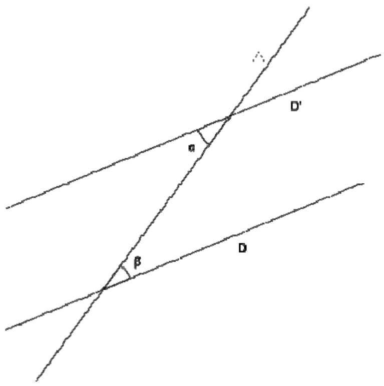
2) a) (1 point)
1717 = 17×100 + 17×1 = 17×(100+1) = 17×101 donc 1717 n'est pas un nombre premier.

b) (1 point)
$\overline{abab} = \overline{ab} \times 100 + \overline{ab} \times 1 = \overline{ab} \times 101$
Or ni $\overline{ab}$ (qui est un nombre à deux chiffres car $a \neq 0$) ni 101 n'est égal à 1 donc $\overline{abab}$ n'est pas un nombre premier.

3) (1 point)
$\overline{abc} + \overline{abb} + \overline{acc} = 100a + 10b + c + 100a + 10b + b + 100a + 10c + c$
$= 300a + 21b + 12c = 3 \times (100a + 7b + 4c)$
a, b et c étant des chiffres, le nombre 100a+7b+4c est un entier donc le nombre $\overline{abc} + \overline{abb} + \overline{acc}$ est bien un multiple de 3.

EXERCICE 4 (2 points)

Soit deux droites D et D' coupées par une droite Δ. Les deux droites D et D' sont parallèles si et seulement si les angles alternes-internes que forment les droites D et D' avec la droite Δ sont égaux.

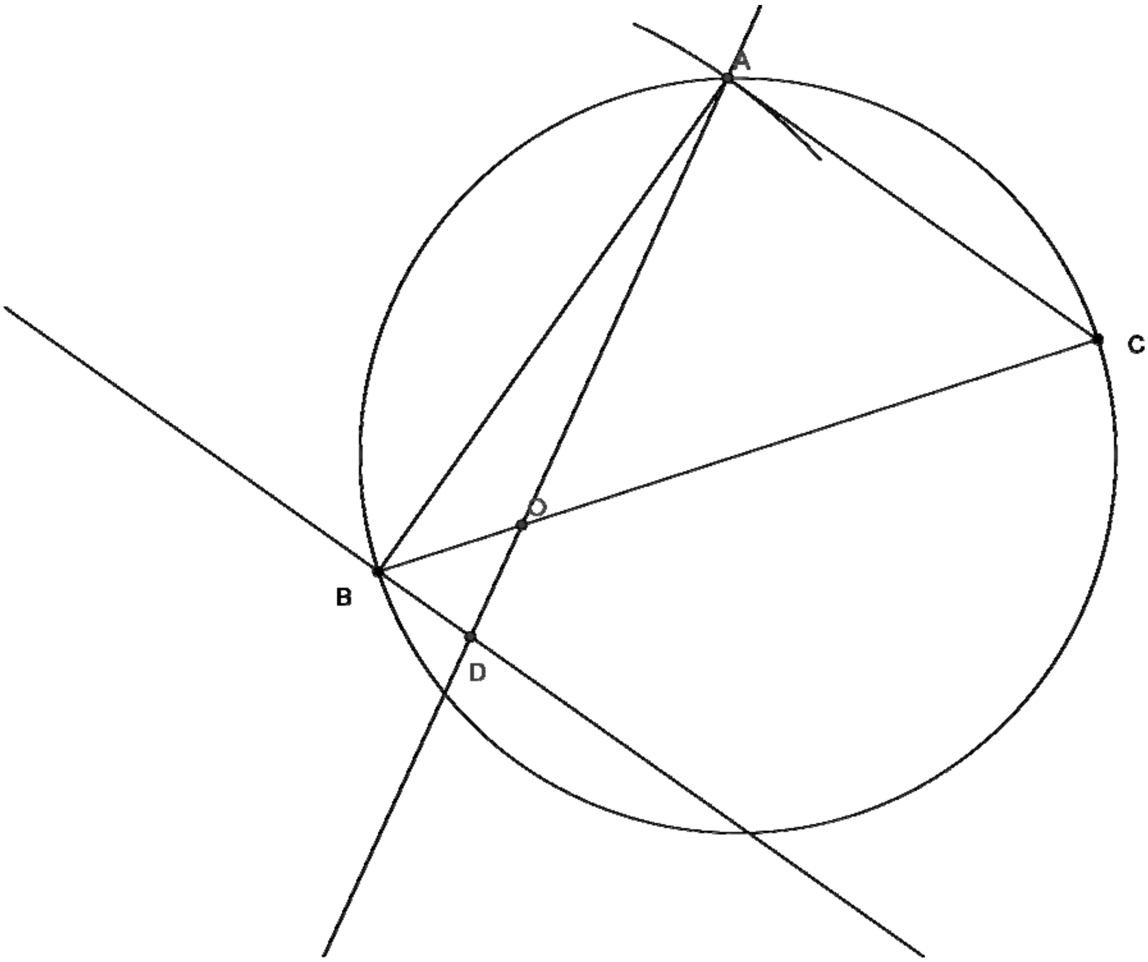


D // D' $\Leftrightarrow$ $\alpha = \beta$

Remarque : on peut aussi répondre à cette question en citant un théorème analogue concernant les angles correspondants ou un théorème analogue concernant les angles alternes-externes.

EXERCICE 5

1) Figure complète (avec les tracés correspondant à la question 5) (**1 point**)



2) (2 points)

[BC] est un diamètre d'un cercle. A est un point de ce cercle donc le triangle ABC est rectangle en A (« théorème du triangle inscrit dans un demi-cercle »).

3) (2,5 points)
D'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en A, on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$ (en cm^2)
donc AC = 6 (en cm)

4) (2,5 points)

B, O, C sont alignés dans cet ordre. D, O, A sont alignés dans cet ordre. Les droites (BD) et (AC) sont parallèles. Donc on peut appliquer le théorème de Thalès. On en déduit que :
$\frac{BD}{AC} = \frac{BO}{OC}$ donc $BD = AC \times \frac{BO}{OC} = 6 \times \frac{2}{8} = \frac{3}{2} = 1{,}5$ (en cm)