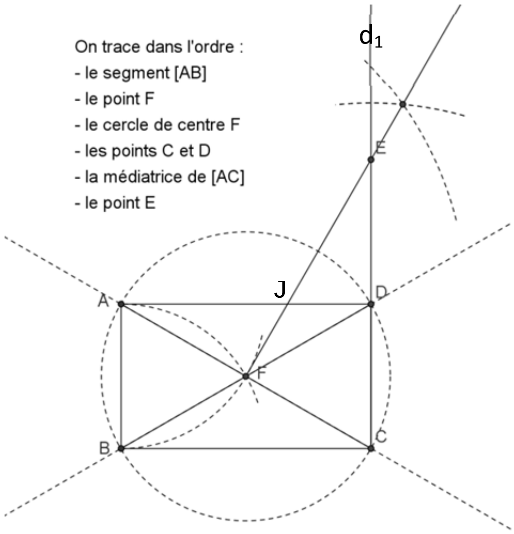
Mathématiques - Corrigé du concours blanc n° 1

Exercice 1

1°) 1 point



2°) a) 1 point

(FE) est une droite passant par le milieu de [AC] en lui étant perpendiculaire. Cette droite est donc la médiatrice de [AC].
E étant un point de la médiatrice de [AC], il est équidistant des extrémités A et C de ce segment : le triangle EAC est donc isocèle en E.
De plus, l'angle FCD est égal à 60° (car FCD est équilatéral). Le triangle ACE qui est isocèle avec un angle de 60° est donc équilatéral.

b) 0,5 point

$\widehat{BFC} = 180° - 60° = 120°$ et BFC est isocèle en F donc ses angles à la base sont égaux ;
d'où $\widehat{FBC} = \widehat{FCB} = \frac{180°-120°}{2} = 30°$.

c) 1 point

Les droites (AE) et (FD) sont parallèles car les angles $\widehat{EAF}$ et $\widehat{AFB}$ sont égaux à 60° et alternes internes.
De plus les droites (AB) et (ED) sont parallèles (car ABCD est un rectangle).
Le quadrilatère ABDE a des côtés opposés parallèles deux à deux donc c'est un parallélogramme.

3°)

a) 0,5 point

EF est la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 2a donc mesure $\dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

$BE^2 = BC^2 + CE^2$ (d'après le théorème de Pythagore) donc $BE^2 = \left(a\sqrt{3}\right)^2 + (2a)^2 = 7a^2$

On en déduit que $BE = a\sqrt{7}$

b) 0,75 point

Aire de AEC : $\dfrac{AC \times FE}{2} = \dfrac{2a \times a\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}$ Aire de AFD : $\dfrac{AD \times \dfrac{FG}{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3} \times \dfrac{a}{2}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

(voir 4°) pour définition du point G)

c) 0,75 point

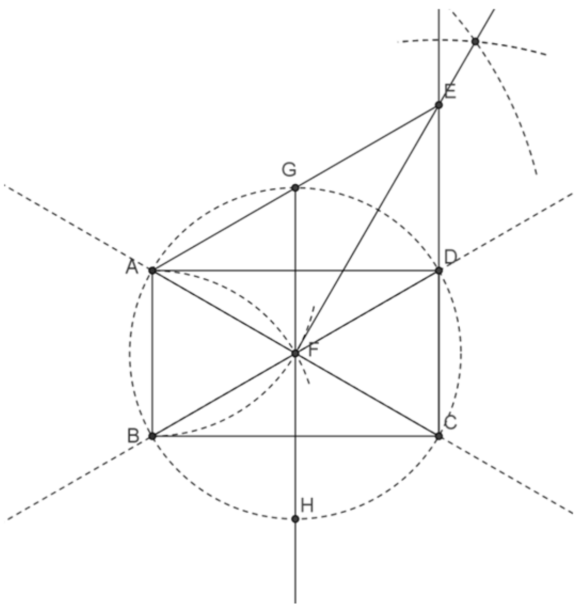
Aire de ABCD = 4 Aire ABF = $4 \times \dfrac{a \times \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = 4 \times \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$

Aire de ABDE = AB×AD = $a \times a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$

d) 0,5 point

$$\widehat{JDF} = 90° - 60° = 30° \quad \widehat{JFD} = 90° - 60° = 30°$$
$$\widehat{FJD} = 180° - (\widehat{JDF} + \widehat{JFD}) = 180° - 60° = 120°$$

4°) 1 point



G appartient au cercle circonscrit au rectangle donc GF = a = AC/2 donc AGC est un triangle rectangle en G. Or AEC est équilatéral donc la hauteur (GC) coupe le côté [EA] en son milieu. G est donc le milieu de [AE].

5°) 1 point

a) ABHCDG est un hexagone régulier.

b) Les axes de symétrie de ABHCDG sont (GH), (AC), (BD) et les médiatrices des côtés

c) Les axes de symétrie du triangle ACE sont (FE), (GC) et (AD)

d) La rotation qui transforme A en D et C en B est la rotation de centre F, d’angle 120° dans le sens des aiguilles d’une montre.

Exercice 2 (Corrigé qui avait été proposé par la COPIRELEM)

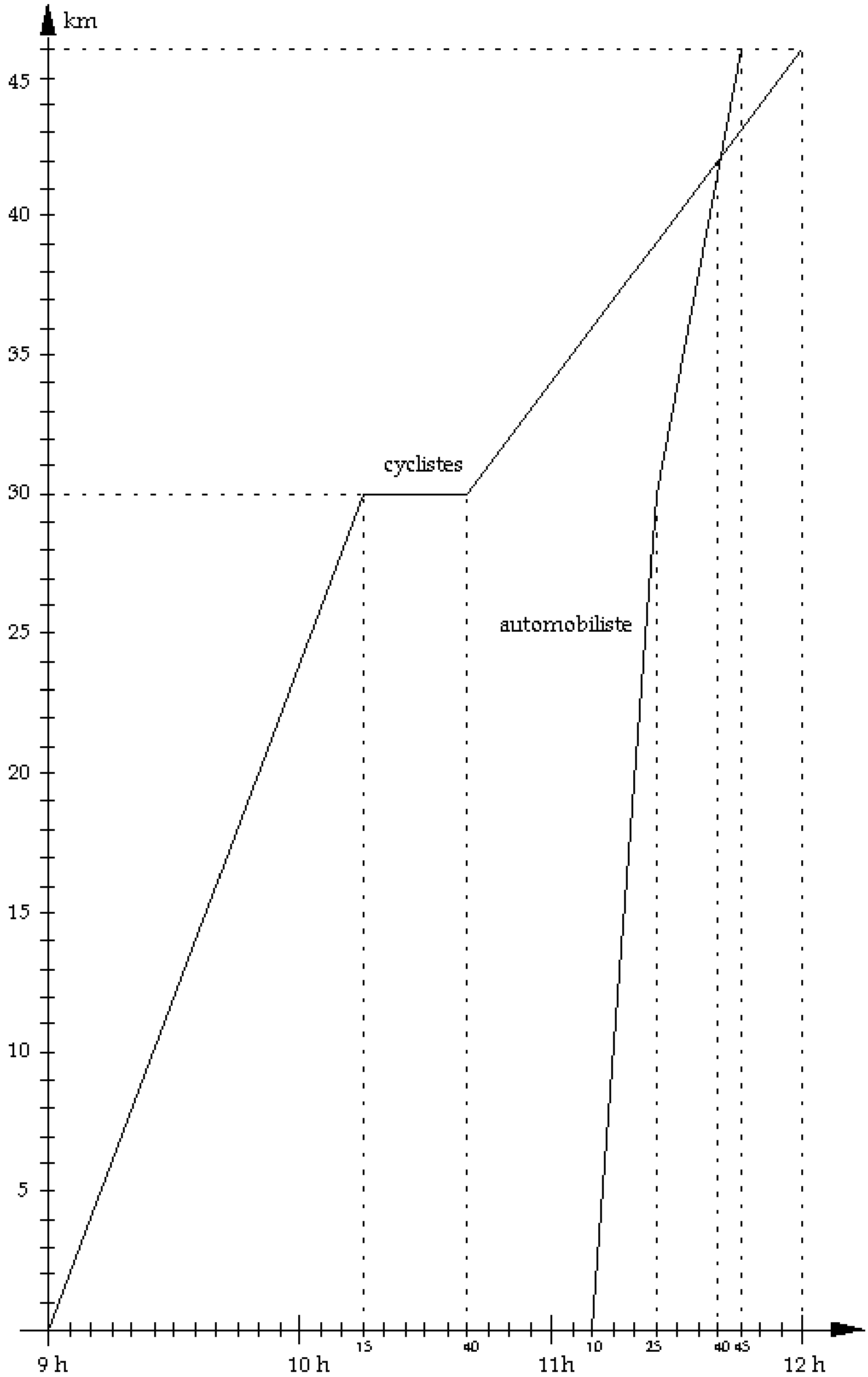
Question 1 (2,5 points)

Tableau de marche des cyclistes

Horaire	Distance parcourue	Commentaires
9 h 10 h 15 10 h 40	0 km 30 km 30 km	Départ 30 km parcourus en 1 h 15 min (vallée) 25 min d'arrêt 16 km parcourus à 12 km/h (côte) Durée = (16/12) h = (4/3) h = 1 h + 1/3 h = 1 h 20 min
12 h	46 km	Arrivée

Tableau de marche de l'automobiliste (construit à partir de l'heure d'arrivée)

Horaire	Distance parcourue depuis le départ	Commentaires
11 h 45 min 11 h 25 min	46 km 30 km	Arrivée (15 min avant les cyclistes) 16 km parcourus à 48 km/h (côte) Durée = 16/48 h = 1/3 h = 20 min 30 km parcourus à 120 km/h (vallée) Durée = 30/120 h = 1/4 h = 15 min
11 h 10 min	0 km	Départ



Question 2

a) (1 point) On lit sur le graphique (au point d'intersection des deux courbes représentatives) que l'automobiliste a doublé les cyclistes à 11 h 40 en un lieu situé à 42 km du point de départ (soit à 4 km de l'arrivée).

b) (1 point) A 11 h 25 l'automobiliste a parcouru 30 km alors que les cyclistes ont parcouru plus de 30 km. L'automobiliste a donc doublé les cyclistes après 11 h 25 puisqu'il est arrivé avant eux. Si d désigne la distance parcourue après le dépassement, l'automobiliste a parcouru cette distance en d/48 h, et les cyclistes en d/12 h.
Or les cyclistes ont mis 1/4 h de plus pour terminer le trajet, d'où :

$$\frac{d}{12} = \frac{d}{48} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow d = \frac{d}{4} + 3 \Leftrightarrow d = 4$$

L'automobiliste a donc dépassé les cyclistes à 4 km de l'arrivée (soit à 42 km du départ). Le dépassement a eu lieu $\frac{4}{48}$ h $(= \frac{1}{12}$ h $= 5$ min$)$ avant l'arrivée de l'automobiliste, c'est-à-dire à 11 h 40 (11 h 45 min - 5 min).

Question 3 **(1 point)**

Dans la vallée les cyclistes parcourent 30 km en 1 h 15 min (1,25 h), d'où :

Vitesse des cyclistes dans la vallée = $\frac{30}{1,25} = \frac{30}{\frac{5}{4}} = 30 \times \frac{4}{5} = 24\,\text{km}/\text{h}$

Question 4 **(1 point)**

L'automobiliste parcourt en tout 46 km en 35 min (20 min + 15 min).

$$35\,\text{min} = 35 \times \frac{1}{60}\,\text{h} = \frac{7}{12}\,\text{h}$$

D'où :

Vitesse moyenne de l'automobiliste = $\frac{46}{\frac{7}{12}} = 46 \times \frac{12}{7} = \frac{552}{7} \approx 78{,}9$ km/h

(La calculatrice donne 78,85714...)

Question 5 **(1,5 point)**

Soit p le prix du paquet de biscuit (paquet de 24 ou paquet de 18). Le prix d'un biscuit est passé de p/24 à p/18, il a donc augmenté de x % avec x vérifiant :

$$\frac{p}{18} = (1 + \frac{x}{100})\frac{p}{24} \quad \text{soit :} \quad x = (\frac{24}{18} - 1) \times 100 = \frac{600}{18} = \frac{100}{3} \approx 33{,}33$$

Le prix d'un biscuit a augmenté d'un tiers, c'est-à-dire d'environ 33,33 %.

Exercice 3

1°) (2 points)

Moyenne pour les nids de roitelets : $\dfrac{19{,}8+22{,}1+\ldots+21{,}2+21}{13}\approx 21{,}2$

Moyenne pour les nids de fauvettes : $\dfrac{22+23{,}9+\ldots+23+23{,}1}{13}\approx 23{,}1$

Médiane pour les nids de roitelets : 21

19,8 20,3 20,8 20,9 20,9 21 21 21,2 21,5 22 22 22,1 22,3

Médiane pour les nids de fauvettes : 23,1

20,9 21,7 22 22,8 23 23,1 23,1 23,5 23,8 23,8 23,9 24 25

Etendue pour les nids de roitelets : 22,3 - 19,8 = 2,5

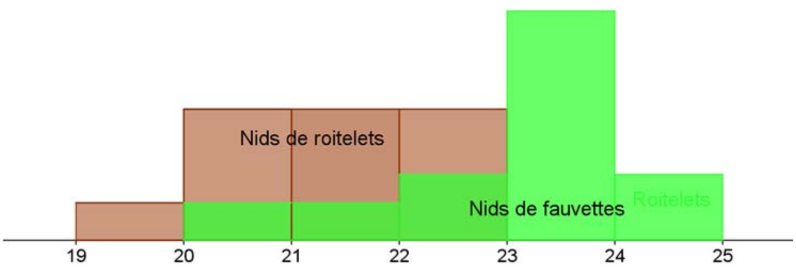
Etendue pour les nids de fauvettes : 25 - 20,9 = 4,1

2°) (1 point)

Nids de roitelets	[19;20[	[20;21[	[21;22[	[22;23[
Effectifs	1	4	4	4
Fréquences	7,7%	30,8%	30,8%	30,8%

Nids de fauvettes	[20;21[	[21;22[	[22;23[	[23;24[	[24;25[
Effectifs	1	1	2	7	2
Fréquences	7,7%	7,7%	15,4%	53,8%	15,4%

3°) (0,5 point)



4°) (0,5 point) On peut émettre l'hypothèse que le coucou a tendance a déposé des œufs de grande taille dans les nids de grande taille … mais ça reste à vérifier.