



2EME CONCOURS BLANC - PARTIE MATHÉMATIQUES. 20 SEPTEMBRE 2011

Les candidats composent pendant 4 heures sur une épreuve comportant une partie mathématique (12 points) et une partie sciences (8 points).

Les candidats rédigent les deux parties (mathématiques et sciences) sur des feuilles séparées.

La partie mathématique comprend 3 exercices indépendants.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

NB : le barème indiqué ci-dessous porte sur 20 points au total, une multiplication par 3/5 permet d'obtenir une note sur 12.

Exercice 1 (7 points):

La représentation ci-contre est celle d'un pavé droit

ABCDEFGH dont les arêtes mesurent :

AB = 12 cm ; AD = 9 cm ; AE = 20 cm.

Soit M un point de l'arête [AB].

La droite parallèle à (BD) passant par M coupe [AD] en P.

La droite parallèle à (AC) passant par M coupe [BC] en N.

1^{ère} partie :

1) Est-il possible que l'angle \widehat{PMN} soit droit ?

2) a) Démontrer que si $MP = MN$ alors M est le milieu de [AB].

b) On pose $AM = x$ avec x appartenant à l'intervalle $[0 ; 12]$.

Exprimer MN et MP en fonction de x .

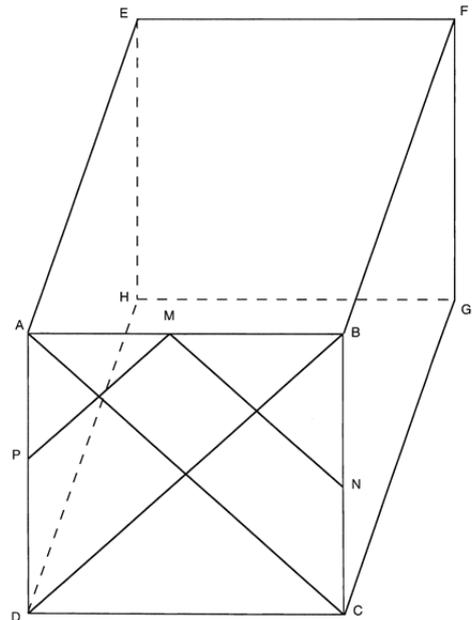
c) Représenter graphiquement dans un même repère les

fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0 ; 12]$ par : $f(x) = \frac{5}{4}x$

et $g(x) = \frac{5}{4}(12 - x)$. Retrouver et faire apparaître la réponse à

la question 2)a) sur le graphique.

d) Déterminer x pour que la distance MN soit le double de la distance MP.



2^{ème} partie :

On place le point M sur [AB] tel que $AM = 4$ cm, les points P et N correspondants, les points M' sur [EF], P' sur [EH], N' sur [FG] tels que $EM' = 4$ cm, $EP' = AP$ et $FN' = BN$.

On coupe alors le pavé droit selon les plans $MPP'M'$ et $MNN'M'$.

1) Quel est en cm^3 le volume du solide DCNMPHGN'M'P' ?

2) Dessiner un patron de ce solide à l'échelle $\frac{1}{2}$. (faces $MPP'M'$ et $MNN'M'$ comprises).

N.B. On rappelle que le volume d'un prisme est donné par la formule : $B \times h$; B étant l'aire de la base et h la hauteur.

Exercice 2 (8 points) :

Dans toutes les questions de cet exercice les nombres sont écrits en base dix. Vous justifierez vos réponses. La lisibilité et la qualité de votre rédaction seront particulièrement appréciées.

- 1) Existe-t-il un entier naturel à deux chiffres qui soit égal au double de la somme de ses chiffres ?
- 2) Existe-t-il un entier naturel à deux chiffres qui soit égal à la somme de ses chiffres ?
- 3) Justifiez que 100 001 est un multiple de 11.
- 4) Décomposez en produit de nombres premiers le nombre 1 001.
- 5) Simplifiez les fractions $\frac{1001}{100001}$ et $\frac{2500025}{825}$.

La suite de l'exercice porte sur les propriétés de divisibilité pour des nombres dont l'écriture en base dix est de la forme \overline{abbcca} (a, b et c non nuls).

- 6) Prouvez que tout entier de cette forme est divisible par 11.
- 7) Prouvez que tout entier de cette forme est divisible par 9 si et seulement si la somme $a + b + c$ est égale à 9, 18 ou 27. En déduire que le nombre 788 337 est divisible par 99.
- 8) 1) On considère les entiers 42, 21 et 14. Trouver leur plus grand diviseur commun (PGCD).
2) Montrez que si 7 est un diviseur commun aux deux naturels \overline{ab} et \overline{bc} , alors 7 divise également le nombre \overline{ca} . En déduire que dans ce cas, le nombre \overline{abbcca} est divisible par 7.
3) Donnez la liste de tous les nombres qui s'écrivent \overline{abbcca} avec \overline{ab} et \overline{bc} divisibles par 7. Par quel entier plus grand que 50 sont-ils tous divisibles ?

Exercice 3 (5 points) :

1) Un concours de recrutement se déroule en deux étapes : les candidats passent tout d'abord les épreuves d'admissibilité puis, s'ils ont été déclarés « admissibles », les épreuves d'admission à l'issue desquelles ils sont déclarés « admis » ou pas. On décide d'analyser les résultats en répartissant en trois groupes, en fonction de leur âge, les candidats admissibles :

- le groupe I, comprenant les candidats admissibles de moins de 25 ans, représente 12 % de l'ensemble de ces candidats ;
- le groupe II, comprenant les candidats admissibles de 25 à 30 ans, représente 57 % de l'ensemble de ces candidats ;
- le groupe III, comprenant les candidats admissibles de plus de 30 ans, représente 31 % de l'ensemble de ces candidats.

Enfin, les taux d'« admis » (A) ont pu être déterminés dans chacun des groupes : 56 % dans le groupe I, 86 % dans le groupe II et 67 % dans le groupe III.

Quelle est la probabilité, en choisissant un candidat au hasard parmi les admissibles, qu'il soit admis ?

2) On lance au hasard un dé équilibré quatre fois de suite et on considère le nombre formé par les quatre numéros pris dans l'ordre de sortie.

Calculer les probabilités des événements suivants :

- a) A : " Le nombre est 4211 "
- b) B : " Le nombre est formé de quatre chiffres distincts "
- c) C : " Le nombre est formé d'au moins deux chiffres identiques "
- d) P : " Le nombre est pair "
- e) E : " Le nombre est impair et est formé de quatre chiffres distincts "