

Corrigés des exercices sur les vitesses

Exercice 1

1) Aller :

Soit d la longueur de la descente en km

$$\begin{aligned} \text{vitesse}_{\text{aller}} &= \frac{\text{distance}_{\text{aller}}}{\text{durée}_{\text{aller}}} = \frac{\text{distance}_{\text{montée}} + \text{distance}_{\text{descente}}}{\text{durée}_{\text{montée}} + \text{durée}_{\text{descente}}} \\ &= \frac{2d + d}{\frac{2d}{20} + \frac{d}{40}} = \frac{3}{\frac{2}{20} + \frac{1}{40}} = \frac{3}{\frac{5}{40}} = 3 \times \frac{40}{5} = 24 \text{ (en km / h)} \end{aligned}$$

2) Retour :

d est maintenant la longueur de la montée en km.

$$\begin{aligned} \text{vitesse}_{\text{retour}} &= \frac{\text{distance}_{\text{retour}}}{\text{durée}_{\text{retour}}} = \frac{\text{distance}_{\text{montée}} + \text{distance}_{\text{descente}}}{\text{durée}_{\text{montée}} + \text{durée}_{\text{descente}}} \\ &= \frac{d + 2d}{\frac{d}{20} + \frac{2d}{40}} = \frac{3}{\frac{1}{20} + \frac{2}{40}} = \frac{3}{\frac{4}{40}} = 3 \times \frac{40}{4} = 30 \text{ (en km / h)} \end{aligned}$$

3) Aller-retour :

$$\begin{aligned} \text{vitesse}_{\text{aller-retour}} &= \frac{\text{distance}_{\text{aller-retour}}}{\text{durée}_{\text{aller-retour}}} = \\ &= \frac{6d}{\frac{3d}{24} + \frac{3d}{30}} = \frac{6}{\frac{1}{8} + \frac{1}{10}} = \frac{6}{\frac{18}{80}} = 6 \times \frac{80}{18} = \frac{80}{3} \approx 26,7 \text{ en km / h} \end{aligned}$$

Exercice 2

a)

	Vitesse moyenne en km/h	Durée du parcours en h	Distance parcourue en km
Premier coureur	$v + 7,5$	$t - 0,1$	$(v + 7,5)(t - 0,1)$
Deuxième coureur	v	t	vt
Troisième coureur	$v - 4,5$	$t + \frac{1}{15}$	$(v - 4,5)(t + \frac{1}{15})$

b) On doit résoudre le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} (v + 7,5)(t - 0,1) = vt \\ \text{et} \\ (v - 4,5)\left(t + \frac{1}{15}\right) = vt \end{array} \right. \text{ soit } \left\{ \begin{array}{l} vt - 0,1v + 7,5t - 0,75 = vt \\ \text{et} \\ (v - 4,5)(15t+1) = 15vt \end{array} \right. \text{ soit } \left\{ \begin{array}{l} -0,1v + 7,5t = 0,75 \\ \text{et} \\ 15vt + v - 67,5t - 4,5 = 15vt \end{array} \right.$$

$$\text{soit } \left\{ \begin{array}{l} -0,1v + 7,5t = 0,75 \\ \text{et} \\ v - 67,5t = 4,5 \end{array} \right.$$

On remplace v par $4,5 + 67,5t$ dans la première équation pour trouver t :

$$-0,1(4,5 + 67,5t) + 7,5t = 0,75 \text{ soit } -0,45 - 6,75t + 7,5t = 0,75 \text{ soit } 0,75t = 1,2 \text{ soit } t = \frac{1,2}{0,75} = 1,6 \text{ (en h)}$$

Puis on calcule : $v = 4,5 + 67,5 \times 1,6 = 112,5 \text{ km/h}$

D'où les réponses aux questions posées :

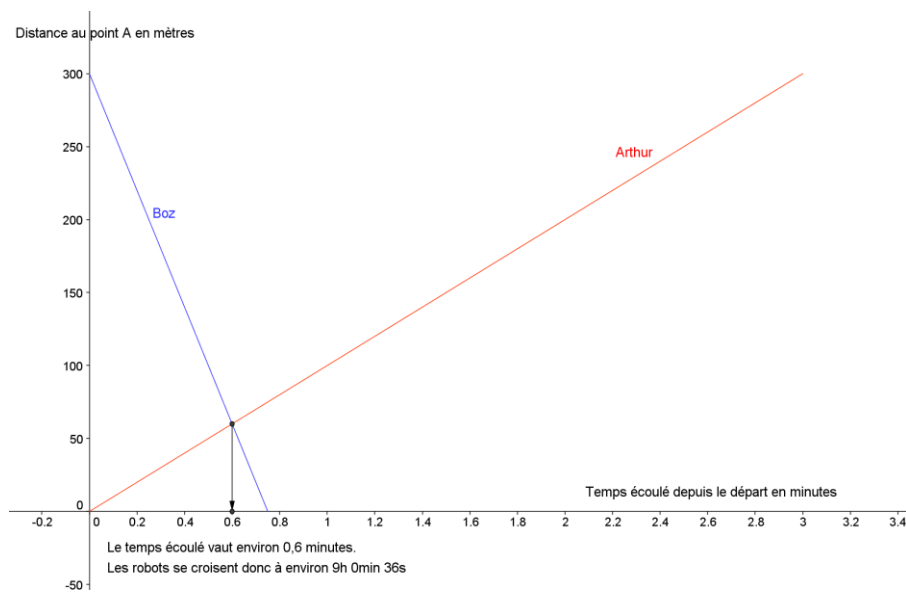
	Vitesse moyenne	Durée du parcours	Distance parcourue
Premier coureur	120 km/h	1,5 h = 90 min	180 km
Deuxième coureur	112,5 km/h	1,6 h = 96 min	180 km
Troisième coureur	108 km/h	$1,6 + \frac{1}{15}$ h = 100 min	180 km

Exercice 3

1) Vitesse d'Arthur : $\frac{6000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 100 \text{ m/min}$

Vitesse de Boz : $\frac{24000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 400 \text{ m/min}$

2) a et b)



3°) Si on appelle t le temps écoulé depuis le départ en minutes, $A(t)$ la distance en mètres d'Arthur au point A et $B(t)$ la distance de Boz au point A, on a :

$$A(t) = 100t \text{ et } B(t) = -400t + 300$$

On doit donc résoudre l'équation $100t = -400t + 300$ soit $500t = 300$ soit $t = 0,6$ (en minutes).

Les deux robots se croisent donc à 9h + 0,6min soit 9h 0min 36s

Exercice 4

Soit t l'heure du départ.

Distance parcourue (en kilomètres) à 40 km/h : $40 \times (16 - t)$

Distance parcourue (en kilomètres) à 60 km/h : $60 \times (13 - t)$

On doit donc résoudre l'équation : $40 \times (16 - t) = 60 \times (13 - t)$

$$\text{Soit : } 640 - 40t = 780 - 60t$$

$$\text{Soit : } 20t = 140$$

$$\text{Soit : } t = 7$$

Je suis donc parti à 7h.