Quelques exemples de référence concernant les statistiques et les probabilités

1°) Statistiques

a) Effectifs, fréquences et mode(s)

Classe correspondant à l'effectif maximum.
Mode : 86 km/h (centre de la classe)

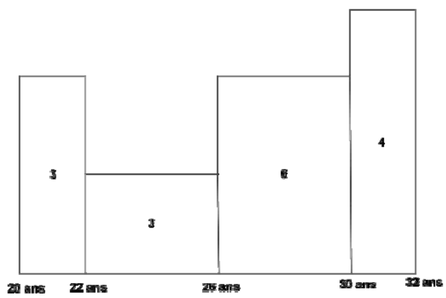
Contrôle de vitesse sur une route limitée à 90 km/h.

Vitesses en km/h	[71 ; 81[	[81 ; 91[	[91 ; 101[	[101; 111[	[111 ; 121[	[121 ; 131[
Effectifs	2	18	10	8	3	2
Effectifs cumulés croissants	2	**20**	30	38	41	43
Effectifs cumulés décroissants	43	41	**23**	13	5	2
Fréquences	$\frac{2}{43} \approx 0{,}047$	$\frac{18}{43} \approx 0{,}419$	$\frac{10}{43} \approx 0{,}233$	$\frac{8}{43} \approx 0{,}186$	$\frac{3}{43} \approx 0{,}070$	$\frac{2}{43} \approx 0{,}047$

b) Histogramme

Rappel : un histogramme est constitué de rectangles contigus dont les **aires** sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe.

Ages en années	[20,22[	[22,26[	[26,30[	[30,32[
Effectifs	3	3	6	4



c) Moyenne (arithmétique)

Notes : 5 8 9 12 12

Note moyenne : $\dfrac{5+8+9+12+12}{5} = 9{,}2$

D. Pernoux
Sites personnels et blog : http://dpernoux.net

d) Moyenne (arithmétique) pondérée

Ages en années	20	22	25
Effectifs	7	10	3

Moyenne d'âge : $\dfrac{7\times20+10\times22+3\times25}{7+10+3}=\dfrac{435}{20}=21{,}75\ (\text{en années})$

Moyenne d'âge : 21 ans et 9 mois

e) Médiane, quartiles et diagramme en boîte

Le tableau ci-dessous présente le relevé des températures, chaque heure, pendant quatre jours, dans une forêt. Les 97 relevés ont été rangés dans l'ordre croissant (on a ajouté la ligne des effectifs cumulés croissants).

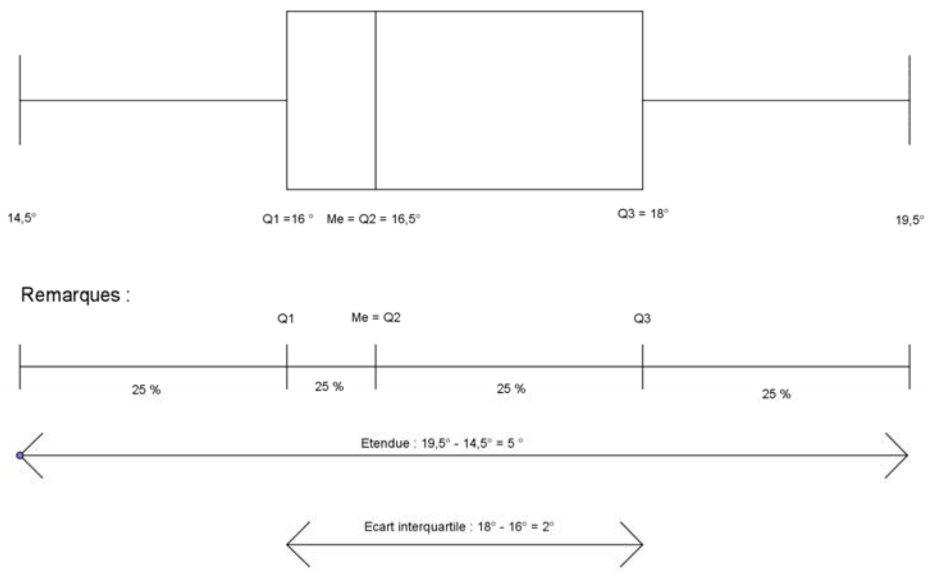
Température en °C	14,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5	18	18,5	19	19,5
Nombre de fois où cette température a été relevée	5	7	10	12	15	10	11	9	7	7	4
Effectifs cumulés croissants	5	12	22	34	49	59	70	79	86	93	97

Quartile Q1 : 25% (soit 1/4) de l'effectif total représentent $\dfrac{97}{4}=24{,}25$ donc le quartile Q1 correspond à la 25$^{\text{ème}}$ mesure, c'est-à-dire 16°.

Médiane M_e (ou quartile Q2) : 50 % (soit 1/2) de l'effectif total représentent $\dfrac{97}{2}=48{,}5$ donc la médiane est égale à la 49$^{\text{ème}}$ mesure donc à 16,5°.

Quartile Q3 : 75% (soit 3/4) de l'effectif total représentent $\dfrac{97\times3}{4}=72{,}75$ donc le quartile Q3 correspond à la 73$^{\text{ème}}$ mesure, c'est-à-dire 18°.

Diagramme en boites (« boite à moustaches ») :



2°) Probabilités

a) <u>Situation d'équiprobabilité</u>

On dispose d'une urne opaque contenant deux boules jaunes et trois boules noires indiscernables au toucher et on tire une boule au hasard.

Tirages possibles : N_1, N_2, N_3, J_1, J_2
Remarque : L'ensemble des résultats possibles est en général appelé « univers » et noté Ω. Ici, on a donc $\Omega = \{N_1, N_2, N_3, J_1, J_2\}$

On considère l'événement E : « on a tiré une boule jaune ».
Tirages « favorables » : J_1, J_2
Remarque : On pourra noter $E = \{J_1, J_2\}$

La probabilité de l'événement « on a tiré une boule jaune » est égale à

$$\frac{\text{nombre de tirages "favorables"}}{\text{nombre de tirages possibles}} \text{ soit } \frac{2}{5}.$$

Remarque : On pourra écrire $p(E)=\dfrac{card(E)}{card(\Omega)}$ (rappel : card(E) est une notation pour désigner le nombre des éléments de E)

Remarques :

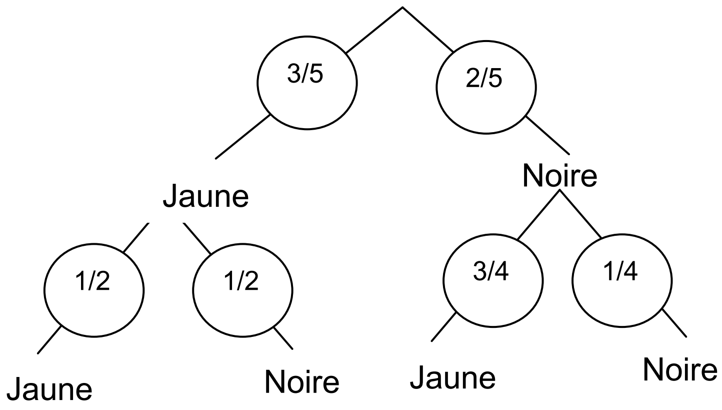
- la probabilité est un nombre théorique dont va, très vraisemblablement, se rapprocher la fréquence de boules jaunes tirées quand on va effectuer de plus en plus de fois le même tirage.

- la probabilité de l'événement contraire (« on n'a pas tiré une boule jaune ») est égale à 1 - $\frac{2}{5}$ soit $\frac{3}{5}$.

Remarque : l'événement contraire de A est noté $\overline{A}$ et on a la formule $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

b) <u>Utilisation d'un « arbre de probabilités »</u>

Dans un sac il y a trois boules jaunes et deux boules noires. On effectue deux tirages successifs sans remettre la première boule tirée dans l'urne.



- Probabilité que la première boule tirée soit jaune : $\frac{3}{5}$

- Probabilité de tirer une boule jaune **puis** une boule noire : $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

- Probabilité de tirer une boule jaune **et** une boule noire :

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

- Probabilité de tirer deux boules de mêle couleur :

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{10} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(autre méthode : c'est l'événement contraire de l'événement précédent donc sa probabilité est égale à $1 - \frac{3}{5}$ soit $\frac{2}{5}$)

c) <u>Une formule (pas au programme du collège mais qui peut s'avérer utile)</u>

p(A ou B) = p(A) + p(B) - p(A et B) (le « ou » est inclusif et signifie « l'un ou l'autre ou les deux »)
Remarque : on écrit aussi $p(A \cup B) = p(A)+p(B) - p(A \cap B)$

Exemple : On lance un dé.

A : « Le nombre tiré est pair »   B : « Le nombre tiré est un multiple de 3 »

Vérification :
Il y 4 cas favorables : 2, 3, 4, 6

p(A) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ p(B) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ p(A et B) = $\frac{1}{6}$

p(A ou B) = p(A) + p(B) - p(A et B) = $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$