

## L'homothétie

### 1°) Définition

Pour une figure avec applet java, voir :  
<http://dpernoux.free.fr/ExPE1/homo.htm>

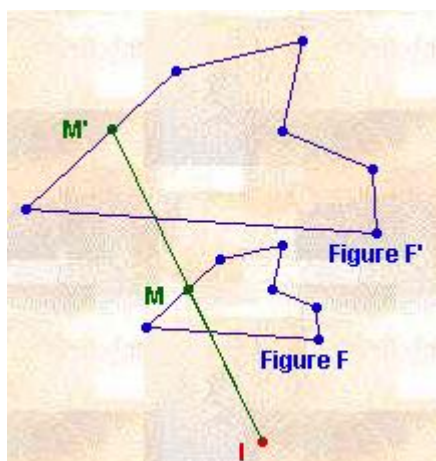
Etant donné un point I et un nombre k non nul, on appelle homothétie de centre I et de rapport k la transformation qui à tout point M associe le point M' tel que :

- les points I, M et M' sont alignés
- M' est sur la même demi-droite d'origine I que M si  $k > 0$   
M' n'est pas sur la même demi-droite d'origine I que M si  $k < 0$
- la distance de I à M' est égale à  $|k|$  fois la distance de I à M

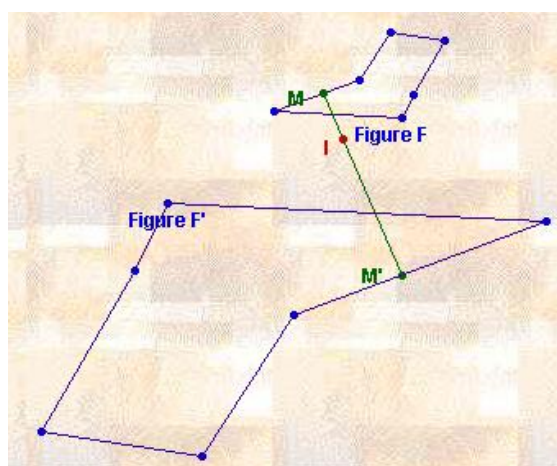
Exemples : si  $k = 2$ ,  $IM' = 2IM$   
si  $k = -3$ ,  $IM' = 3IM$

Exemples :

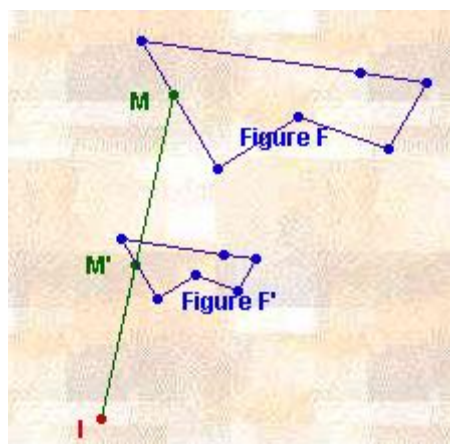
Homothétie de centre I et de rapport 2



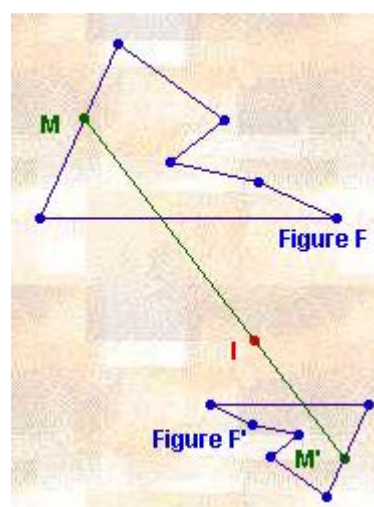
Homothétie de centre I et de rapport -3



Homothétie de centre I et de rapport  $\frac{1}{2}$



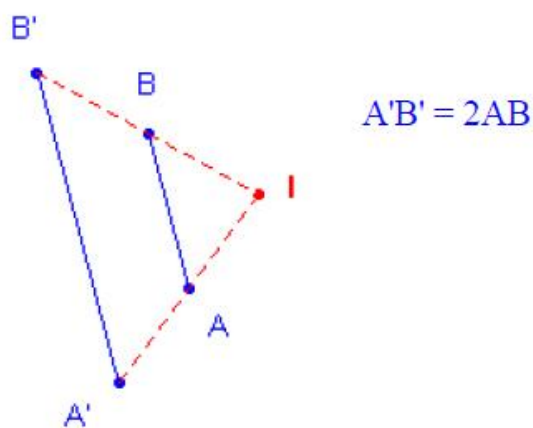
Homothétie de centre I et de rapport  $-\frac{1}{2}$



## 2°) Propriétés :

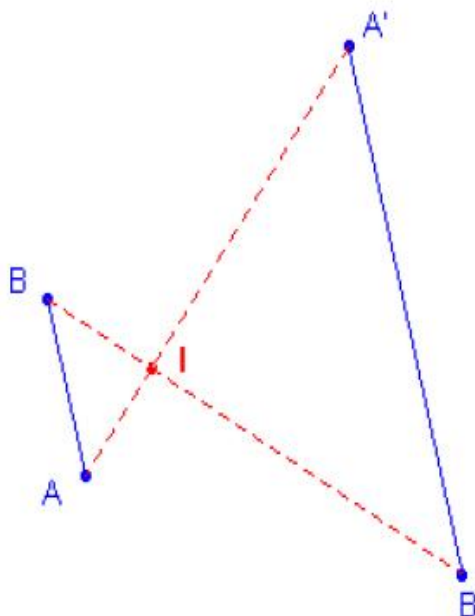
a) Si  $A'$  et  $B'$  sont les images respectives de  $A$  et  $B$  dans une homothétie alors :  
 $(A'B')$  est parallèle à  $(AB)$  et  $A'B' = |k| \times AB$

Premier exemple avec  $k = 2$



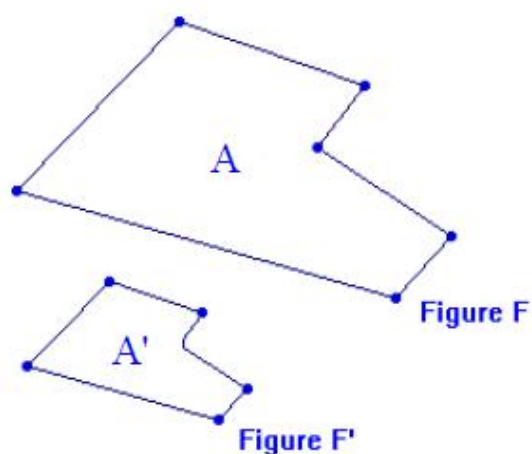
Deuxième exemple avec  $k = -3$

$$A'B' = |-3| \times AB = 3AB$$



b) Si une figure  $F'$  est l'image d'une figure  $F$  dans une homothétie de centre  $I$  et de rapport  $k$  et si  $F$  a une aire égale à  $A$  alors  $F'$  a une aire égale à  $k^2 \times A$ .

Exemple avec  $k = \frac{1}{2}$  :



$$A' = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times A = \frac{1}{4} A$$