Propositions de corrigés pour les exercices concernant les fonctions numériques et la proportionnalité

1°) Exercice 1

1°) Méthode algébrique

a) Soit d_C la distance parcourue par le cyclise en km :

$\mathbf{d_C}$ = 30 × (t+1,5) **= 30t + 45** (car la vitesse du cycliste vaut 30 km/h et la durée du parcours du cycliste (t+1,5) heures)

b) Soit d_M la distance parcourue par le motard en km :

$\mathbf{d_M}$ = 90 × t **= 90t** (car la vitesse du cycliste vaut 30 km/h et la durée du parcours du motard t heures)

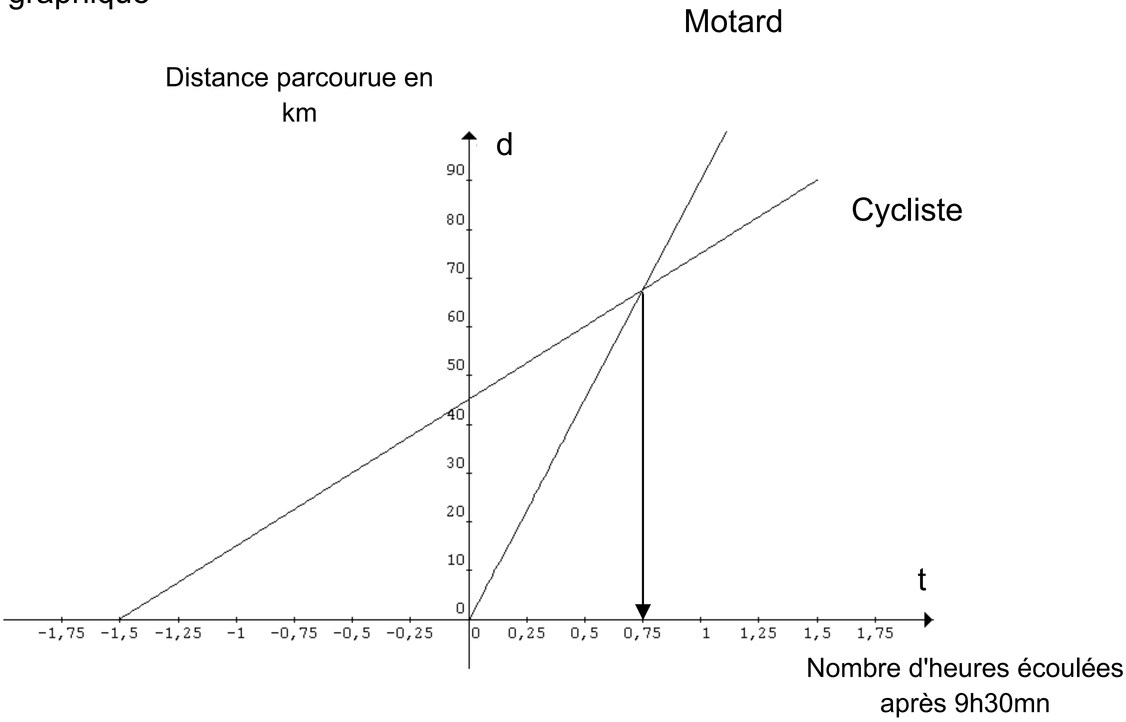
c) Le motard rattrapera le cycliste lorsque $d_M = d_C$

$30t + 45 = 90t \Leftrightarrow 45 = 60t \Leftrightarrow t = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ (en heures)

Le motard rattrapera le cycliste à 10 h 15mn (car 9h30mn + 45 mn = 10h15mn)

2°) Méthode graphique

a)



b) Les deux-demi droites se coupent lorsque t = 0,75 donc **le motard rejoindra le cycliste à 10h15mn** (car 9,5 h + 0,75 h = 10,25 h)

3°) Méthode arithmétique

a) Quand le motard part, le cycliste a roulé pendant 1,5 h et a donc parcouru 30 × 1,5 km soit **45 km**.

b) **En une heure le motard parcourt** 90 km – 30 km soit **60 km de plus que le cycliste.**

c) Le motard aura rattrapé les 45 km qu'il a de retard au départ en $\frac{45}{60}$ h soit $\frac{3}{4}$ h

donc **le motard aura rejoint le cycliste à 10h15mn** (9h30mn + $\frac{3}{4}$ h).

2°) Exercice 2

I) $\text{durée} = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{132}{165} = 0{,}8 \text{ (en h)}$

0,8 h = 0,8 × 60 mn = 48 mn

La durée du trajet Cherbourg-Caen est donc égale à 48 mn.

II)

1)	Avec le tarif A	Avec le tarif B
Dépense annuelle pour 500 km	**45 €**	**60 €**
Dépense annuelle pour 1500 km	**135 €**	**120 e**

Explications pour 500 km :
Dépense annuelle avec le tarif A : 0,75 × 0,12 × 500 = 45 (en €)
Dépense annuelle avec le tarif B : 0,50 × 0,12 × 500 + 30 = 60 (en €)

2) t_1 = 0,75 × 0,12 × x = 0,09x
t_2 = 0,5 × 0,12 × x + 30 = 0,06x +30

3) a)

$$0,06x + 30 < 0,09x$$

$$0,06x - 0,09x < -30$$

$$-0,03x < -30$$

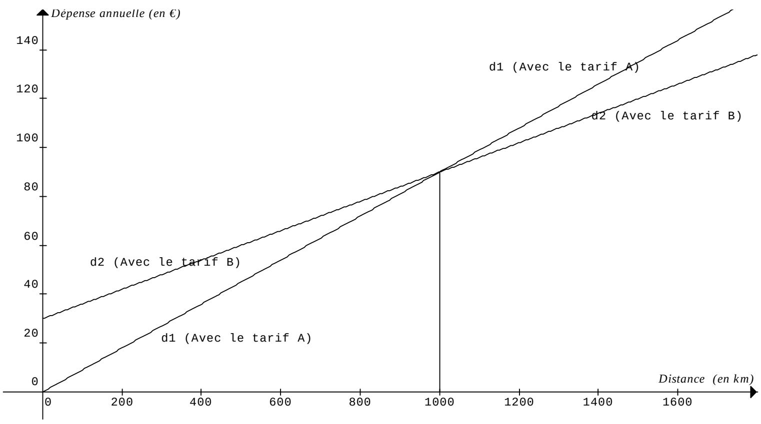
$$x > \frac{-30}{-0,03}$$

$$x > 1000$$

b) **L'achat de la carte « 15-25 » est avantageux si on parcourt plus de 1000 km par an.**

4°) a) Voir graphique ci-dessous.

b) **On retrouve bien le résultat de la question 3b puisque c'est pour x>1000 que d_2 est en-dessous de d_1.**



Remarque : les échelles ne sont pas respectées pour ce corrigé

3°) Exercice 3

Soit t h l'heure à laquelle le magasinier a commencé son travail.

S'il range 50 caisses par heure, il travaille au total (11,5 - t) heures et range donc au total 50 × (11,5 - t) caisses.
S'il range 60 caisses par heure, il travaille au total (11,25 - t) heures et range donc au total 60 × (11,25 - t) caisses.

On en déduit l'équation 50 × (11,5 - t) = 60 × (11,25 - t)
D'où : 575 – 50t = 675 – 60t
10t = 100
t = 10

Le magasinier a commencé son travail à 10 h. Vérification : S'il range 50 caisses par heure, il travaille 1h30 et range donc 50 + 25 caisses soit 75 caisses. S'il range 60 caisses par heure, il travaille 1h15 et range donc 60 + 15 caisses soit 75 caisses. On trouve bien le même nombre de caisses rangées au total.

4°) Exercice 4

En une heure, la fontaine 1 emplit 1/6 du lavoir, la fontaine 2 emplit 1/3 du lavoir, la fontaine 3 emplit 1/9 du lavoir. Donc en une heure les 3 fontaines ensemble emplissent : 1/6 + 1/3 + 1/9 soit 11/18 du lavoir. Donc il faudra 18/11 d'heure pour le remplir complètement soit **1 heure 38 minutes environ.**

Autre solution :

Soit V le volume du lavoir (en litres). Soit t le temps mis par les trois fontaines fonctionnant ensemble pour emplir le valoir (en heures).

Le débit des trois fontaines fonctionnant en même temps est égal à la somme des débits des trois fontaines fonctionnant séparément (les débits sont exprimés en l/h).

Donc : $\frac{V}{t}=\frac{V}{6}+\frac{V}{3}+\frac{V}{9}$ soit $\frac{V}{t}=\frac{11V}{18}$ soit $\frac{1}{t}=\frac{11}{18}$ soit $t=\frac{18}{11}$ (en heures).

5°) Exercice 5

- Augmenter de 12 % c'est être multiplié par $1+\frac{12}{100}$ donc être multiplié par 1,12.

- Augmenter de 0,8 % c'est être multiplié par $1+\frac{0,8}{100}$ donc être multiplié par 1,008.

- Diminuer de 5,2% c'est être multiplié par $1-\frac{5,2}{100}$ donc être multiplié par 0,948.

- Diminuer de 0,5 % c'est être multiplié par $1-\frac{0,5}{100}$ donc être multiplié par 0,995.

- Etre multiplié par 1,245 c'est augmenter de (1,245 - 1) × 100 % soit 24,5 %.
- Etre multiplié par 3 c'est augmenter de (3 - 1) × 100 % soit 200 %.
- Etre multiplié par 0,814 c'est diminuer de (1 - 0,814) × 100 % soit 18,6 %.
- Augmenter de 12 % puis diminuer de 10 % puis diminuer de 2 % c'est au total être multiplié par 1,12 × 0,90 × 0,98 soit par 0,98784 ce qui correspond à une diminution de (1 - 0,98784) ×100 % soit une diminution de 1,216 %.
- Pour compenser une augmentation de 15 % il faut ensuite diviser par 1,15 ce qui revient à multiplier par environ 0,8696 c'est-à-dire à appliquer une diminution d'environ (1 - 0,8696) x 100 % c'est-à-dire une diminution d'environ 13,04%.

6°) Exercice 6

1°) La question posée revient à demander si les suites de nombres apparaissant dans les cases grisées sont proportionnelles.

$\frac{20,1}{27,6}\approx 0,73$ (valeur arrondie à 0,01 près)

$\frac{8,4}{12,9}\approx 0,65$ (valeur arrondie à 0,01 près)

$\frac{2,8}{3,6}\approx 0,78$ (valeur arrondie à 0,01 près)

$\frac{1,2}{1,6}=0,75$

Ces rapports ne sont pas égaux donc les pourcentages des différentes catégories parmi les filles ne sont pas proportionnels aux pourcentages des catégories correspondantes parmi les garçons.

Remarque : il suffit de calculer deux des rapports et de constater qu'ils sont différents pour conclure.

2°) a)

Niveau	1	2	3	4
Nombre de jeunes de ce niveau	$\frac{6{,}7}{100}\times 522\,148$ $\approx 34\,984$	$\frac{29{,}1}{100}\times 522\,148$ $\approx 151\,945$	$\frac{11{,}7}{100}\times 522\,148$ $\approx 61\,091$	$\frac{52{,}5}{100}\times 522\,148$ $\approx 274\,128$

Niveau	1	2	3	4
Nombre de jeunes en grave difficulté	$\frac{25{,}3}{100}\times 34\,984$ $\approx 8\,851$	$\frac{11{,}1}{100}\times 151\,945$ $\approx 16\,866$	$\frac{3{,}2}{100}\times 61\,091$ ≈ 1955	$\frac{1{,}4}{100}\times 274\,128$ $\approx 3\,838$

b)

Niveau	1	2	3	4
Pourcentage de jeunes en grave difficulté par rapport à la population totale	1,7 Explication : $\frac{8\,851}{522\,148}\approx 0{,}017$ soit 1,7% Ou bien : $\frac{25{,}3}{100}\times 6{,}7\% \approx 1{,}7\%$	3,2 Explication : $\frac{16\,866}{522\,148}\approx 0{,}032$ soit 3,2% Ou bien : $\frac{11{,}1}{100}\times 29{,}1\% \approx 3{,}2\%$	0,4 Explication : $\frac{1955}{522\,148}\approx 0{,}004$ soit 0,4% Ou bien : $\frac{3{,}2}{100}\times 11{,}7\% \approx 0{,}4\%$	0,7 Explication : $\frac{3\,838}{522\,148}\approx 0{,}007$ soit 0,7% Ou bien : $\frac{1{,}4}{100}\times 52{,}5\% \approx 0{,}7\%$

3°)

Relations liant x et y :

$$\begin{cases} x+y=34\,984 \\ \frac{27{,}6}{100}x+\frac{20{,}1}{100}y=8\,851 \end{cases}$$

La première équation traduit le fait que la somme du nombre x de garçons ayant un niveau 1 d'études et du nombre y de filles ayant un niveau 1 d'études est égal au nombre de jeunes ayant un niveau 1 d'études (nombre égal à 34 984 ; voir 2°a)

La deuxième équation traduit le fait que la somme du nombre de garçons ayant un niveau 1 d'études et en grave difficulté en lecture (nombre qui est égal à 27,6 % du nombre de garçons ayant un niveau 1 d'études d'après l'énoncé et donc qui est égal à 27,6/100 × x) et du nombre de filles ayant un niveau 1 d'études et en grave difficulté en lecture (nombre qui est égal à 20,1 % du nombre de filles ayant un niveau 1 d'études d'après l'énoncé et donc qui est égal à 20,1/100 × y) est égal au nombre total de jeunes ayant un niveau 1 d'études et en grave difficulté en lecture (nombre égal à 8851; voir 2°a)

soit :

$$\begin{cases} x+y=34\,984 \\ 27{,}6x+20{,}1y=885100 \end{cases}$$

Calcul de x (par combinaison des deux équations) : $20{,}1x - 27{,}6x = 20{,}1 \times 34\,984 - 885\,100$

$- 7{,}5x = - 181\,921{,}6$

$x = \frac{-181921{,}6}{-7{,}5} \approx 24256$

Calcul de y (par combinaison des deux équations) : $27{,}6y - 20{,}1y = 27{,}6 \times 34\,984 - 885\,100$

$7{,}5y = 80\,458{,}4$

$y = \frac{80458{,}4}{7{,}5} \approx 10728$

Parmi les jeunes ayant participé à la JAPD en 2001-2002, il y avait 24 256 garçons et 10 728 filles dont le niveau de scolarité était le niveau 1.

D. Pernoux
Sites personnels et blog : http://dpernoux.net

7°) Exercice 7

a) Durée de la première partie du parcours : $\frac{100\ \text{km}}{80\ \text{km/h}} = \frac{5}{4}\text{h}$

Durée de la deuxième partie du parcours : $\frac{100\ \text{km}}{120\ \text{km/h}} = \frac{5}{6}\text{h}$

Durée totale : $\frac{5}{4} + \frac{5}{6}\text{h} = \frac{25}{12}\text{h}$

Vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours : $\frac{200\text{km}}{\frac{25}{12}\text{h}} = \frac{200 \times 12}{25}\text{km/h} = 96\text{km/h}$

b) Vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours :

$$\frac{\text{distance totale}}{\text{durée totale}} = \frac{2d}{\text{première durée} + \text{deuxième durée}} = \frac{2d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2}{\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

c) $\frac{2 \times 80 \times 120}{80 + 120}\text{km/h} = \frac{160 \times 120}{200}\text{km/h} = 96\text{km/h}$

8°) Exercice 8

a) Méthode algébrique :
Soit t l'heure à laquelle les deux cyclistes se croisent. Le fait qu'au moment du croisement la somme des distances parcourues par les deux cyclistes est égale à la distance entre les villes A et B est traduit par l'équation :
20 × (t – 8) + 30 × (t – 9) = 100 D'où : 20t – 160 + 30t – 270 = 100. D'où : 50t = 530 soit t = $\frac{53}{5}$ (en heures).

Or : $\frac{53}{5}$ h = 10,6 h = 10 h 36 min.

Les deux cyclistes se croisent à 10 h 36 min.

b) Méthode arithmétique :

A 9h, moment où le deuxième cycliste part de B, le premier cycliste parti de A à 8h, a déjà parcouru 20 km. Les deux cyclistes sont donc alors éloignés de 80 km. Or le cycliste parti de B va 1,5 fois plus vite que le cycliste parti de A. Entre 9h et le moment du croisement il parcourra donc une distance 1,5 fois plus grande que celle parcourue, durant le même intervalle de temps, par le cycliste parti de A.
Pour trouver la distance parcourue par le cycliste A, il faut donc diviser 80 km par 2,5 ce qui donne une distance égale à 32 km (l'autre cycliste parcourant 48km). Pour parcourir 32 km, le cycliste A met $\frac{32}{20}$ h soit 1,6 h soit 1h 36 min.

Les deux cyclistes se croisent donc à 9 h + 1 h 36 min soit 10 h 36 min.