Formules de dénombrement

(pas explicitement au programme du CRPE mais pouvant être utiles pour certains problèmes)

Soit un ensemble E ayant n éléments
Exemple avec n = 4 : E ={a,b,c,d}

Listes de p éléments pris parmi les n éléments de E	**Arrangements de p éléments pris parmi les n éléments de E**	**Combinaisons de p éléments (= sous-ensembles de p éléments) pris parmi les éléments de E**
L’ordre dans lequel on choisit les éléments compte. **Il peut y avoir des répétitions.**	**L’ordre dans lequel on choisit les éléments compte.** **Il ne peut pas y avoir de répétitions.**	**L’ordre dans lequel on choisit les éléments ne compte pas.** **Il ne peut pas y avoir de répétitions.**
Exemple avec p = 3 : (a,a,a),(a,a,b), ……,(a,b,c), …...,(b,a,c), …	Exemple d’arrangements avec p = 3 : (a,b,c),(a,b,d), ……,(b,a,c),……	Combinaisons avec p = 3 : {a,b,c},{a,b,d},{a,c,d},{b,c,d}
Pour trouver toutes les listes, **on peut utiliser un arbre :** Premier élément : a b c d Deuxième élément : a b c d *etc.* Troisième élément : a b c d *etc.*	Pour trouver tous les arrangements, **on peut utiliser un arbre :** Premier élément : a b c d Deuxième élément : b c d *etc.* Troisième élément :c d *etc.*	Pour trouver toutes les combinaisons, **on ne peut pas utiliser d’arbre** et la formule générale est compliquée.
Nombre de listes : 4 × 4 × 4 = 4^3 = 64 **Formule générale : n^p**	**Nombre d’arrangements : 4×3×2 = 24** **Formule générale : n × (n-1) × (n-2) × etc.** **On s’arrête quand il y a p facteurs**	**Nombre de combinaisons :** **1°) Exemple avec p = 3** A chaque combinaison il correspond 3×2×1 arrangements. Il y a donc 3×2×1 fois moins de combinaisons que d’arrangements. **Le nombre de combinaisons est donc égal à** $\frac{4\times 3\times 2}{3\times 2\times 1}$ **2°) Formule générale :** $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\ldots}{p\times(p-1)\times(p-2)\times\ldots\ldots}$ **On s’arrête quand il y a p facteurs en haut et en bas**
	CAS PARTICULIER n = p **Les arrangements de n éléments pris parmi les éléments de E sont appelés permutations des éléments de E.** **Il y en a n × (n-1) × (n-2) × …. × 2 × 1** Exemple : si n = 4, il existe 4 × 3 × 2 × 1 soit 24 permutations des éléments de E : (a,b,c,d), (a,b,d,c), (a,c,b,d), etc.	