

Corrigé de l'exercice donné pour introduire les formules de dénombrement

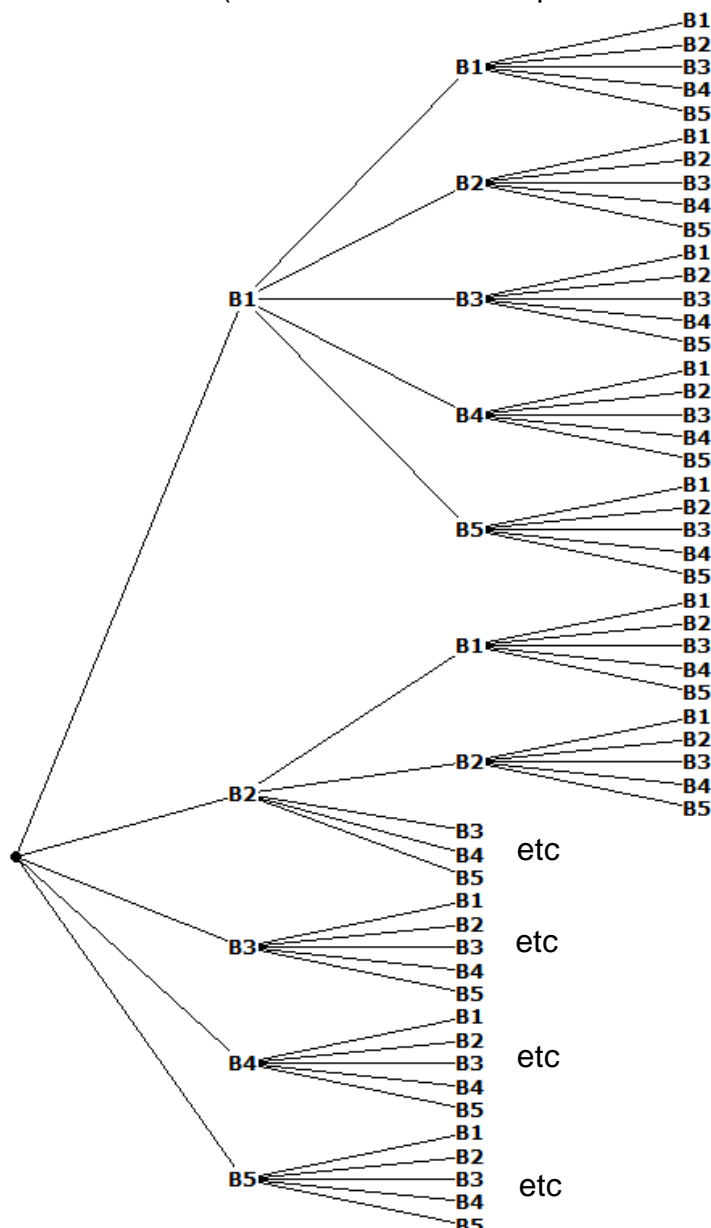
Dans une urne, il y a 5 boules B₁, B₂, B₃, B₄ et B₅.

1°) On mélange bien les boules et on tire trois fois de suite une boule en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne avant le tirage suivant.

Combien y a-t-il de résultats différents possibles ? (on tient compte de l'ordre dans lequel les boules sont tirées)

Exemples de résultats possibles : (B₂, B₄, B₁), (B₂, B₂, B₄), (B₅, B₅, B₅)

Pour trouver tous les résultats possibles, on peut construire un arbre de dénombrement (en fait on amorce simplement la construction) :



Il y a $5 \times 5 \times 5$ (ou 5^3) résultats possibles soit 125 résultats possibles.

Remarque :

Une fois qu'on a compris le principe, on peut, se contenter d'écrire, **sans construire aucun arbre**, que le nombre de résultats possibles est égal à

5	x	5	x	5
↑		↑		↑
Nombre de manières de choisir la première boule tirée		Nombre de manières de choisir la deuxième boule tirée		Nombre de manières de choisir la troisième boule tirée

D. Pernoux

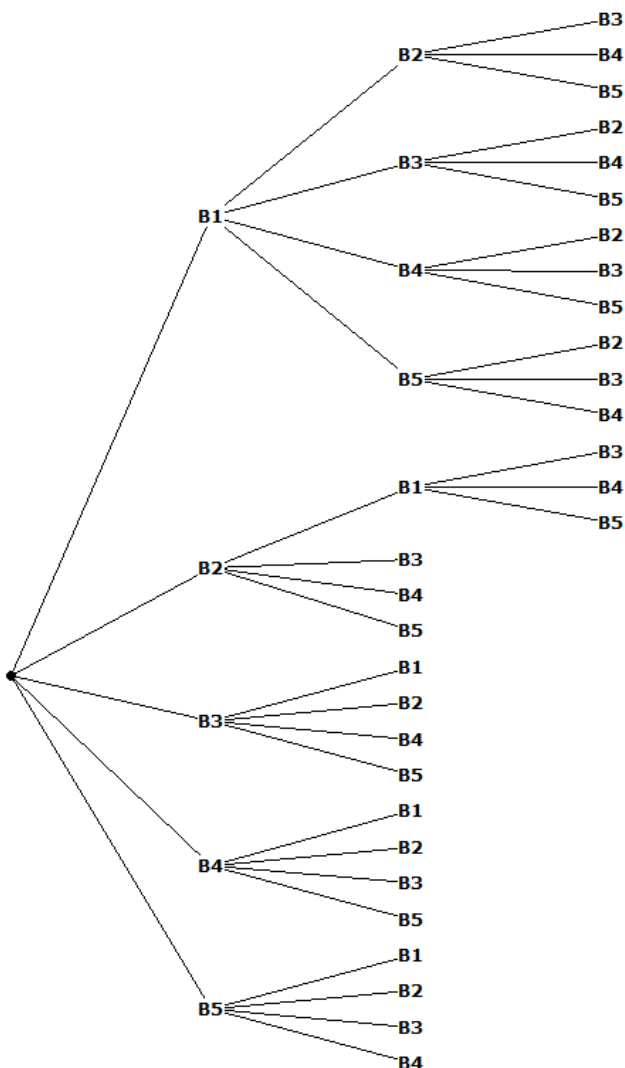
Sites personnels et blog : <http://dpernoux.net>

2°) On mélange bien les boules et on tire trois fois de suite une boule en ne remettant pas une boule tirée dans l'urne avant le tirage suivant.

Combien y a-t-il de résultats différents possibles ? (on tient compte de l'ordre dans lequel les boules sont tirées)

Exemples de résultats possibles : (B₂, B₄, B₁), (B₂, B₁, B₄), (B₅, B₃, B₁)

Pour trouver tous les résultats possibles, on peut construire un arbre de dénombrement (en fait on amorce simplement la construction) :



Il y a $5 \times 4 \times 3$ résultats possibles soit 60 résultats possibles.

Remarque :

Une fois qu'on a compris le principe, on peut, se contenter d'écrire, **sans construire aucun arbre**, que le nombre de résultats possibles est égal à

5	×	4	×	3
↑		↑		↑
Nombre de manières de choisir la première boule tirée		Nombre de manières de choisir la deuxième boule tirée		Nombre de manières de choisir la troisième boule tirée

3°) On mélange bien les boules et on tire simultanément trois boules.

Combien y a-t-il de résultats différents possibles ?

Exemples de résultats : $\{B_1, B_2, B_4\}$, $\{B_2, B_4, B_5\}$

Attention :

- $\{B_2, B_1, B_4\} = \{B_1, B_2, B_4\}$
- On ne peut pas trouver immédiatement le nombre de résultats en utilisant un arbre
- On ne peut pas parler de « première boule tirée », de « deuxième boule tirée », ...

On peut dresser la liste des résultats possibles (en procédant « de façon systématique ») ainsi :

$\{B_1, B_2, B_3\}$, $\{B_1, B_2, B_4\}$, $\{B_1, B_2, B_5\}$, $\{B_1, B_3, B_4\}$, $\{B_1, B_3, B_5\}$, $\{B_1, B_4, B_5\}$, $\{B_2, B_3, B_4\}$,
 $\{B_2, B_3, B_5\}$, $\{B_2, B_4, B_5\}$, $\{B_3, B_4, B_5\}$

Il y a donc 10 résultats possibles.

S'il y avait beaucoup plus de boules, il ne serait pas envisageable de dresser la liste de tous les résultats possibles.

On utiliserait alors une autre méthode pour trouver le nombre de résultats possibles :

On a vu au 2°) qu'il y avait $5 \times 4 \times 3$ triplets différents : (B_2, B_4, B_1) , (B_2, B_1, B_4) , (B_5, B_3, B_1) , etc.

Or à chaque sous-ensemble de trois éléments comme $\{B_3, B_4, B_5\}$ on peut faire correspondre les 6 triplets suivants :

(B_3, B_4, B_5) , (B_3, B_5, B_4) , (B_4, B_3, B_5) , (B_4, B_5, B_3) , (B_5, B_3, B_4) , (B_5, B_4, B_3)

Il y a donc 6 fois moins de sous-ensemble de trois éléments que de triplets.

On a trouvé au 2°) qu'il y avait 60 triplets. Il y a donc $\frac{60}{6}$ ensembles de trois éléments soit 10 ensembles de trois éléments.

On retrouve bien que le nombre de résultats possibles pour cette troisième question est égal à 10.