UE11 Corrigé des exercices sur les ensembles de nombres

1°) a)

$\frac{2}{5}=0,4$ donc $\frac{2}{5}$ est un nombre décimal.

$\frac{3}{7}$ est une fraction irréductible avec un autre facteur que 2 et 5 au dénominateur donc $\frac{3}{7}$ n'est pas un nombre décimal.

5 est un nombre entier donc 5 est un nombre décimal.

$\frac{4}{4}=1$ donc $\frac{4}{4}$ est un nombre décimal.

$\frac{2}{10}$ est un nombre décimal car il s'écrit sous la forme $\frac{a}{10^p}$ avec a et p entiers.

$\frac{5}{37}$ n'est pas un nombre décimal car $\frac{5}{37}$ est une fraction irréductible avec un autre facteur que 2 et 5 au dénominateur.

$\frac{3}{64}$ est une fraction irréductible égal à $\frac{3}{2^6}$ donc $\frac{3}{64}$ est un nombre décimal (c'est 0,046875).

3,14 admet une écriture décimale finie donc 3,14 est un nombre décimal.

$\frac{22}{7}$ n'est pas un nombre décimal car $\frac{22}{7}$ est une fraction irréductible avec un autre facteur que 2 et 5 au dénominateur.

$\frac{5}{125}=\frac{1}{25}=0,04$ donc $\frac{5}{125}$ est un nombre décimal.

$\frac{33}{15}=\frac{11}{5}=2,2$ donc $\frac{33}{15}$ est un nombre décimal.

$\sqrt{2}$ n'est pas un nombre décimal (on sait que ce n'est même pas un nombre rationnel).

0,33 admet une écriture décimale finie donc 0,33 est un nombre décimal.

$\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal car $\frac{1}{3}$ est une fraction irréductible avec un autre facteur que 2 et 5 au dénominateur.

3 est un entier donc 3 est un nombre décimal.

0,57381238123812 qui admet une écriture décimale finie est un nombre décimal.

0,57381238123812... (infinité de 3812) n'est pas un nombre décimal car il n'a pas d'écriture décimale finie.

π n'est pas un nombre décimal (on sait même que ce n'est pas un nombre rationnel).

0,99999...(infinité de 9) est égal à 1 donc c'est un nombre décimal.

2°) a) $\frac{3}{7}$ est une fraction irréductible avec un autre facteur que 2 et 5 au dénominateur donc cette fraction ne peut pas représenter un nombre décimal donc $\frac{3}{7}$ ne peut pas être égal à 0,4285714285.

D. Pernoux
Sites personnels et blog : http://dpernoux.net

b) Le déplacement de la virgule vers la droite peut résulter d'une division : il suffit de diviser par 0,1 (ce qui revient à multiplier par 10).

3°) Il y a une infinité de nombres décimaux inférieurs à $\frac{1}{3}$ mais parmi ces nombres il n'existe pas de nombre plus grand que tous les autres car, entre un nombre décimal inférieur à $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}$, il est toujours possible de trouver un autre nombre décimal.

4°) Pour donner une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près on cherche, par tâtonnement, un encadrement de $\sqrt{2}$ par deux nombres ayant **trois** chiffres après la virgule :

$1^2 = 1$ et $2^2 = 4$ donc $1 < \sqrt{2} < 2$
$1{,}4^2 = 1{,}96$ et $1{,}5^2 = 2{,}25$ donc $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$
$1{,}41^2 = 1{,}9881$ et $1{,}42^2 = 2{,}0164$ donc $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$
$1{,}414^2 = 1{,}999396$ et $1{,}415^2 = 2{,}002225$ donc $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$

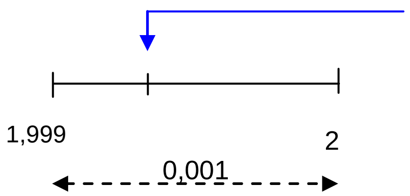
On en déduit que $\sqrt{2} \approx 1{,}41$.

Remarque (et précisions concernant le vocabulaire) :

En fait, $\sqrt{2} \approx 1{,}414213562$

	à 10^{-1} près	à 10^{-2} près	à 10^{-6} près
Valeur approchée de $\sqrt{2}$	1,4	1,41	1,41421**4**
Valeur approchée de $\sqrt{2}$ par défaut	1,4	1,41	1,414213
Valeur approchée de $\sqrt{2}$ par excès	1,5	1,42	1,414214
Valeur tronquée de $\sqrt{2}$	1,4	1,41	1,414213

5°)



$$1{,}999 + \frac{0{,}001}{3} = \frac{5{,}998}{3} = \frac{5998}{3000} = \frac{2999}{1500} = 1{,}9993333\ldots \text{ (infinité de 3)}$$

6°)

a) Posons x = 1,318181818… (infinité de 18).

On peut écrire : 1000x = 1318,1818181818 … (infinité de 18)
et 10x = 13,1818181818… (infinité de 18)

En soustrayant membre à membre les deux égalités précédentes, on trouve :

Nombre premier

$$990x = 1305 \text{ donc } x = \frac{1305}{990} = \frac{3 \times 435}{3 \times 330} = \frac{435}{330} = \frac{3 \times 145}{3 \times 110} = \frac{145}{110} = \frac{5 \times 29}{5 \times 22} = \frac{29}{22}$$

2 × 11

b) Posons y = 1,563121212121212 … (infinité de 12)

On peut écrire : 100 000y = 156 312,121212121212 … (infinité de 12)
et 1 000y = 1 563,121212121212 … (infinité de 12)

En soustrayant membre à membre les deux égalités précédentes, on trouve :

$$99000y = 154749 \text{ donc } y = \frac{154749}{99000} = \frac{3 \times 51583}{3 \times 33000} = \frac{51583}{33000}$$

N'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 11

$2^3 \times 3 \times 5^3 \times 11$

$$\text{c) } 2{,}832 = \frac{2832}{1000} = \frac{8 \times 354}{8 \times 125} = \frac{354}{125}$$