

## Quelques exemples de référence concernant les statistiques et les probabilités

### 1°) Statistiques

#### a) Effectifs, fréquences et mode(s)

Classe correspondant à l'effectif maximum.  
Mode : 86 km/h (centre de la classe)

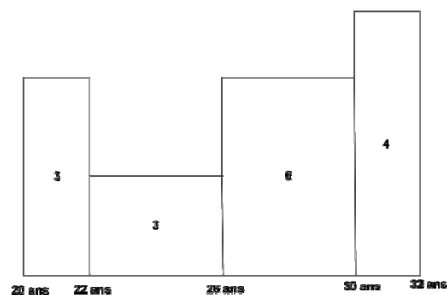
Contrôle de vitesse sur une route limitée à 90 km/h.

| Vitesses en km/h               | [71 ; 81[                    | [81 ; 91[                     | [91 ; 101[                    | [101 ; 111[                  | [111 ; 121[                  | [121 ; 131[                  |
|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Effectifs                      | 2                            | 18                            | 10                            | 8                            | 3                            | 2                            |
| Effectifs cumulés croissants   | 2                            | 20                            | 30                            | 38                           | 41                           | 43                           |
| Effectifs cumulés décroissants | 43                           | 41                            | 23                            | 13                           | 5                            | 2                            |
| Fréquences                     | $\frac{2}{43} \approx 0,047$ | $\frac{18}{43} \approx 0,419$ | $\frac{10}{43} \approx 0,233$ | $\frac{8}{43} \approx 0,186$ | $\frac{3}{43} \approx 0,070$ | $\frac{2}{43} \approx 0,047$ |

#### b) Histogramme

Rappel : un histogramme est constitué de rectangles contigus dont les **aires** sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe.

| Ages en années | [20,22[ | [22,26[ | [26,30[ | [30,32[ |
|----------------|---------|---------|---------|---------|
| Effectifs      | 3       | 3       | 6       | 4       |



#### c) Moyenne (arithmétique)

Notes : 5 8 9 12 12

$$\text{Note moyenne : } \frac{5+8+9+12+12}{5} = 9,2$$

d) Moyenne (arithmétique) pondérée

|                |    |    |    |
|----------------|----|----|----|
| Ages en années | 20 | 22 | 25 |
| Effectifs      | 7  | 10 | 3  |

$$\text{Moyenne d'âge : } \frac{7 \times 20 + 10 \times 22 + 3 \times 25}{7 + 10 + 3} = \frac{435}{20} = 21,75 \text{ (en années)}$$

Moyenne d'âge : 21 ans et 9 mois

e) Médiane, quartiles et diagramme en boîte

Le tableau ci-dessous présente le relevé des températures, chaque heure, pendant quatre jours, dans une forêt. Les 97 relevés ont été rangés dans l'ordre croissant (on a ajouté la ligne des effectifs cumulés croissants).

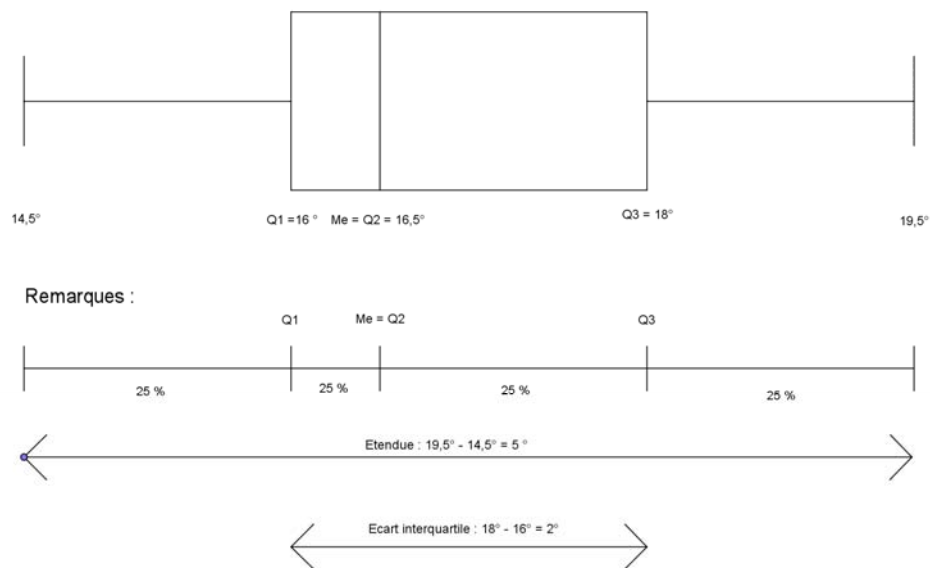
|   |      |    |      |    |      |    |      |    |      |    |      |
|---|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|
| Température en °C                                 | 14,5 | 15 | 15,5 | 16 | 16,5 | 17 | 17,5 | 18 | 18,5 | 19 | 19,5 |
| Nombre de fois où cette température a été relevée | 5    | 7  | 10   | 12 | 15   | 10 | 11   | 9  | 7    | 7  | 4    |
| Effectifs cumulés croissants                      | 5    | 12 | 22   | 34 | 49   | 59 | 70   | 79 | 86   | 93 | 97   |

Quartile Q1 : 25% (soit 1/4) de l'effectif total représentent  $\frac{97}{4} = 24,25$  donc le quartile Q1 correspond à la 25<sup>ème</sup> mesure, c'est-à-dire 16°.

Médiane  $M_e$  (ou quartile Q2) : 50 % (soit 1/2) de l'effectif total représentent  $\frac{97}{2} = 48,5$  donc la médiane est égale à la 49<sup>ème</sup> mesure donc à 16,5°.

Quartile Q3 : 75% (soit 3/4) de l'effectif total représentent  $\frac{97 \times 3}{4} = 72,75$  donc le quartile Q3 correspond à la 73<sup>ème</sup> mesure, c'est-à-dire 18°.

Diagramme en boîtes (« boîte à moustaches ») :



## 2°) Probabilités

### a) Situation d'équiprobabilité

On dispose d'une urne opaque contenant deux boules jaunes et trois boules noires indiscernables au toucher et on tire une boule au hasard.

Tirages possibles :  $N_1, N_2, N_3, J_1, J_2$

*Remarque : L'ensemble des résultats possibles est en général appelé « univers » et noté  $\Omega$ . Ici, on a donc  $\Omega = \{N_1, N_2, N_3, J_1, J_2\}$*

On considère l'événement E : « on a tiré une boule jaune ».

Tirages « favorables » :  $J_1, J_2$

*Remarque : On pourra noter  $E = \{J_1, J_2\}$*

La probabilité de l'événement « on a tiré une boule jaune » est égale à

$\frac{\text{nombre de tirages "favorables"}}{\text{nombre de tirages possibles}}$  soit  $\frac{2}{5}$ .

*Remarque : On pourra écrire  $p(E) = \frac{\text{card}(E)}{\text{card}(\Omega)}$  (rappel :  $\text{card}(E)$  est une notation pour désigner le nombre des éléments de E)*

Remarques :

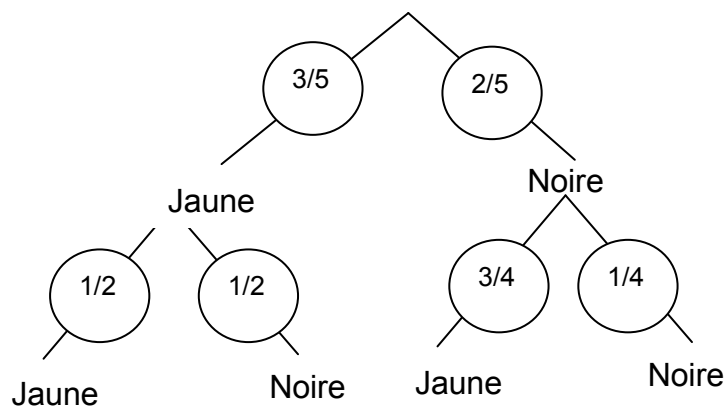
- la probabilité est un nombre théorique dont va, très vraisemblablement, se rapprocher la fréquence de boules jaunes tirées quand on va effectuer de plus en plus de fois le même tirage.

- la probabilité de l'événement contraire (« on n'a pas tiré une boule jaune ») est égale à  $1 - \frac{2}{5}$  soit  $\frac{3}{5}$ .

Remarque : l'événement contraire de A est noté  $\bar{A}$  et on a la formule  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

b) Utilisation d'un « arbre de probabilités »

Dans un sac il y a trois boules jaunes et deux boules noires. On effectue deux tirages successifs sans remettre la première boule tirée dans l'urne.



- Probabilité que la première boule tirée soit jaune :  $\frac{3}{5}$

- Probabilité de tirer une boule jaune **puis** une boule noire :  $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

- Probabilité de tirer une boule jaune **et** une boule noire :

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

- Probabilité de tirer deux boules de même couleur :

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{10} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(autre méthode : c'est l'événement contraire de l'événement précédent donc sa probabilité est égale à  $1 - \frac{3}{5}$  soit  $\frac{2}{5}$ )

c) Une formule (pas au programme du collège mais qui peut s'avérer utile)

$p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B) - p(A \text{ et } B)$  (le « ou » est inclusif et signifie « l'un ou l'autre ou les deux »)

Remarque : on écrit aussi  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Exemple : On lance un dé.

A : « Le nombre tiré est pair »    B : « Le nombre tiré est un multiple de 3 »

$$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad p(A \text{ et } B) = \frac{1}{6}$$

$$p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B) - p(A \text{ et } B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Vérification :

Il y a 4 cas favorables : 2, 3, 4, 6